

绝密★启封并使用完毕前

## 2013年普通高等学校招生全国统一考试

### 文科数学

注意事项：

1. 本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分。第 I 卷 1 至 3 页，第 II 卷 3 至 5 页。
2. 答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在本试题相应的位置。
3. 全部答案在答题卡上完成，答在本试题上无效。
4. 考试结束，将本试题和答题卡一并交回。

### 第 I 卷

一、选择题：本大题共 12 小题。每小题 5 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的一项。

(1) 已知集合  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{x | x = n^2, n \in A\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )

- (A)  $\{0\}$                       (B)  $\{-1, 0\}$                       (C)  $\{0, 1\}$                       (D)  $\{-1, 0, 1\}$

【答案】A.

【解析】 $B = \{1, 4, 9, 16\}$ , 故  $A \cap B = \{1, 4\}$ .

【考点定位】本题考查集合的表示以及集合的基本运算，考查学生对概念的理解。

(2)  $\frac{1+2i}{(1-i)^2} =$  ( )

- (A)  $-1 - \frac{1}{2}i$                       (B)  $-1 + \frac{1}{2}i$                       (C)  $1 + \frac{1}{2}i$                       (D)  $1 - \frac{1}{2}i$

【答案】B.

【解析】 $\frac{1+2i}{(1-i)^2} = \frac{1+2i}{-2i} = \frac{i-2}{2} = \frac{i}{2} - 1$ .

【考点定位】本题考查复数的基本运算，考查学生的基本运算能力。

(3) 从 1, 2, 3, 4 中任取 2 个不同的数，则取出的 2 个数之差的绝对值为 2 的概率是 ( )

- (A)  $\frac{1}{2}$                       (B)  $\frac{1}{3}$                       (C)  $\frac{1}{4}$                       (D)  $\frac{1}{6}$

【答案】B;

【解析】解法一： $P = \frac{2}{C_4^2} = \frac{1}{3}$ ;

解法二：任取两个数可能出现的情况为 (1,2)、(1,3)、(1,4)、(2,3)、(2,4)、(3,4)；符合条件的情  
况为 (1,3)、(2,4)，故  $P = \frac{1}{3}$

【考点定位】本题考查古典时间的概率运算，考查学生的基本运算能力。

(4) 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的离心率为  $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ，则  $C$  的渐近线方程为 ( )

- (A)  $y = \pm \frac{1}{4}x$       (B)  $y = \pm \frac{1}{3}x$       (C)  $y = \pm \frac{1}{2}x$       (D)  $y = \pm x$

【答案】C;

【解析】 $e = \frac{c}{a} = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$ ，故  $\frac{b^2}{a^2} = \frac{1}{4}$ ，即  $\frac{b}{a} = \frac{1}{2}$ ，故渐近线方程为  $y = \pm \frac{b}{a}x = \pm \frac{1}{2}x$ 。

【考点定位】本题考查双曲线的基本性质，考查学生的化归与转化能力。

(5) 已知命题  $p: \forall x \in R, 2^x < 3^x$ ；命题  $q: \exists x \in R, x^3 = 1 - x^2$ ，则下列命题中为真命题的是：( )

- (A)  $p \wedge q$       (B)  $\neg p \wedge q$       (C)  $p \wedge \neg q$       (D)  $\neg p \wedge \neg q$

【答案】B;

【解析】取  $x = -1$ ，可知  $p$  错；令  $f(x) = x^3 + x^2 - 1$ ，因为  $f(x)$  图像连续，且  $f(0) \cdot f(1) < 0$ ，

故  $f(x)$  有零点，即方程  $x^3 + x^2 - 1 = 0$  有解，即  $\exists x \in R, x^3 = 1 - x^2$ ；故 B 为真。

【考点定位】本题考查全称命题与特称命题真假的判定，考查学生的逻辑推理能力。

(6) 设首项为 1，公比为  $\frac{2}{3}$  的等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ，则 ( )

- (A)  $S_n = 2a_n - 1$       (B)  $S_n = 3a_n - 2$       (C)  $S_n = 4 - 3a_n$       (D)  $S_n = 3 - 2a_n$

【答案】D;

【解析】解法一： $S_n = \frac{1 - (\frac{2}{3})^n}{1 - \frac{2}{3}} = 3 - 3 \cdot (\frac{2}{3})^n = 3 - 2 \cdot (\frac{2}{3})^{n-1}$ ， $a_n = (\frac{2}{3})^{n-1}$ ，对照两式可知选 D;

解法二：若  $S_n = 3 - 2a_n$ ，当  $n=1$  时， $a_1 = 1$ ，当  $n \geq 2$  时， $S_n = 3 - 2a_n$ ， $S_{n-1} = 3 - 2a_{n-1}$ ，两式

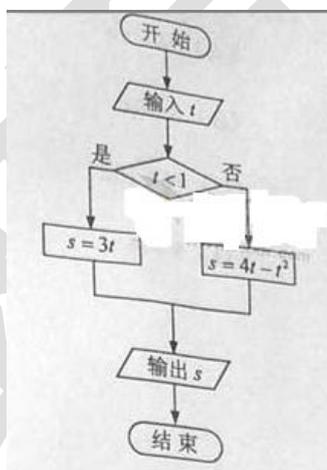
对减，得  $\frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{2}{3}$ ，故选 D.

【考点定位】本题考查等比数列的通项公式与前  $n$  项和公式，考查学生的基本运算能力以及转化与化归能力.

(7) 执行右面的程序框图，如果输入的  $t \in [-1, 3]$ ，则输出的  $S$

属于

- (A)  $[-3, 4]$
- (B)  $[-5, 2]$
- (C)  $[-4, 3]$
- (D)  $[-2, 5]$



【答案】A;

【解析】若  $t \in [-1, 1)$ ，则  $S = 3t \in [-3, 3)$ ；若  $t \in [1, 3]$ ， $S = 4t - t^2 \in$

【考点定位】本题考查算法框图，考查学生的逻辑推理能力.

(8)  $O$  为坐标原点， $F$  为抛物线  $C: y^2 = 4\sqrt{2}x$  的焦点， $P$  为  $C$  上一点，若  $|PF| = 4\sqrt{2}$ ，则  $\triangle POF$  的面积为( )

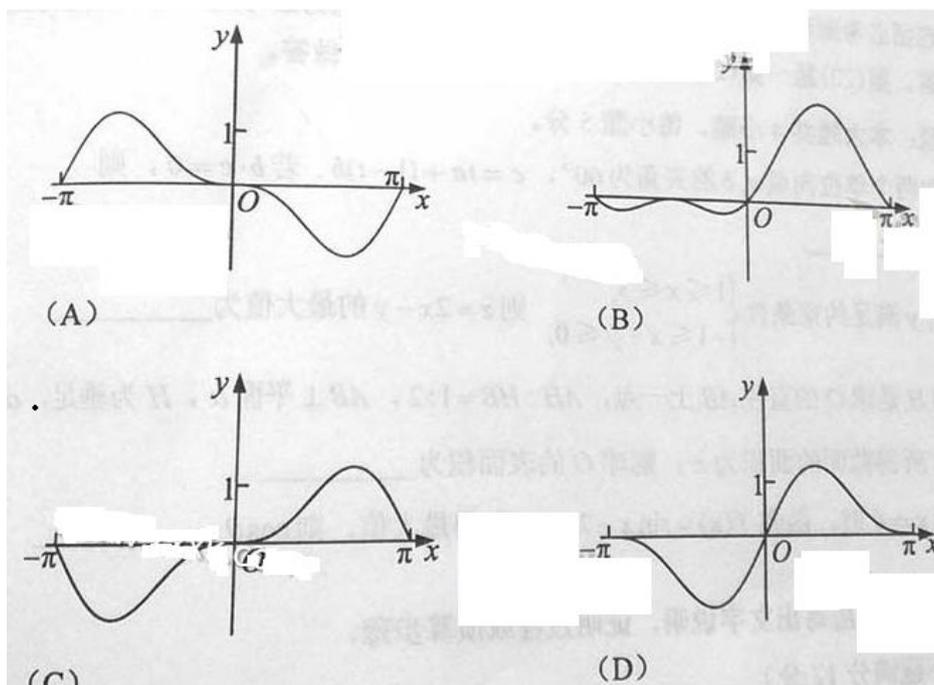
- (A) 2
- (B)  $2\sqrt{2}$
- (C)  $2\sqrt{3}$
- (D) 4

【答案】C;

【解析】易知  $|OF| = \sqrt{2}$ ，过  $P$  点作准线的垂线交于  $M$ ，可知  $|PM| = 4\sqrt{2}$ ， $F$  在线段  $PM$  上的射影记为  $F'$ ，则  $|F'M| = 2\sqrt{2}$ ，故  $|F'P| = 2\sqrt{2}$ ，由勾股定理可知， $|FF'| = 2\sqrt{6}$ ，故  $S = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot 2\sqrt{6} = 2\sqrt{3}$

【考点定位】本题考查抛物线的定义及其性质，考查学生的数形结合能力以及化归与转化的数学思想

(9) 函数  $f(x) = (1 - \cos x)\sin x$  在  $[-\pi, \pi]$  的图像大致为 ( )



【答案】C;

【解析】 $f(\frac{\pi}{2}) = 1 > 0$ , 排除 A;  $f(-x) = -f(x)$ , 奇函数, 排除 B;  $f'(x) = \cos x - \cos 2x$ , 分别作出  $y = \cos x$  与  $y = \cos 2x$  的图像, 可知极值点在  $(\frac{\pi}{2}, \pi)$  上, 故选择 C.

【考点定位】本题考查函数图像的判定, 考查学生的数形结合能力.

(10) 已知锐角  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ ,  $23\cos^2 A + \cos 2A = 0$ ,  $a = 7$ ,  $c = 6$ , 则  $b =$  ( )

- (A) 10      (B) 9      (C) 8      (D) 5

【答案】D;

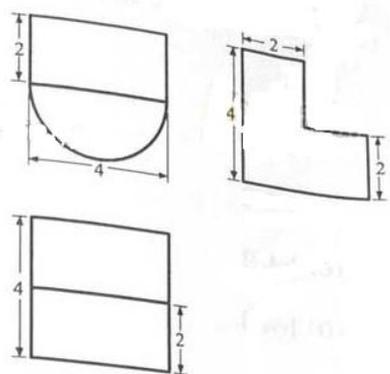
【解析】因为  $25\cos^2 A - 1 = 0$ , 且锐角  $\triangle ABC$ , 故  $\cos A = \frac{1}{5}$ , 故  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ ,

解得  $b = 5$ .

【考点定位】本题考查二倍角公式以及余弦定理的基本应用, 考查学生的基本运算能力以及转化与化归的能力

(11) 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积为 ( )

- (A)  $16 + 8\pi$       (B)  $8 + 8\pi$   
(C)  $16 + 16\pi$       (D)  $8 + 16\pi$



【答案】A;

【解析】上半部分体积为  $V_1 = 2 \times 2 \times 4 = 16$ ，下半部分体积  $V_2 = \frac{1}{2} \times \pi \times 2^2 \times 4 = 8\pi$ ，故总体积

$$V_2 = 16 + 8\pi.$$

【考点定位】本题考查三视图以及简单组合体的体积计算，考查学生的空间想象能力

(12) 已知函数  $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x, & x \leq 0, \\ \ln(x+1), & x > 0 \end{cases}$ ，若  $|f(x)| \geq ax$ ，则  $a$  的取值范围是 ( )

- (A)  $(-\infty, 0]$       (B)  $(-\infty, 1]$       (C)  $[-2, 1]$       (D)  $[-2, 0]$

【答案】D

【解析】作出函数图像， $|f(x)|$  在点  $(0, 0)$  处的切线为制定参数的标准；当  $x \leq 0$  时，

$$g(x) = |f(x)| = x^2 - 2x, \quad g'(x) = 2x - 2, \quad g'(0) = -2, \quad \text{故 } a \geq -2; \quad \text{当 } x > 0 \text{ 时},$$

$$g(x) = |f(x)| = \ln(x+1), \quad g'(x) = \frac{1}{x+1}, \quad \text{由于 } g(x) \text{ 上任意一点的切线斜率都要大于 } a, \text{ 故 } a \leq 0,$$

综上所述， $-2 \leq a \leq 0$

【考点定位】本题考查导数的几何意义，考查学生数形结合的能力。

## 第 II 卷

本卷包括必考题和选考题两个部分。第 (13) 题—第 (21) 题为必考题，每个考生都必须作答。第 (22) 题—第 (24) 题为选考题，考生根据要求作答。

二. 填空题：本大题共四小题，每小题 5 分。

(13) 已知两个单位向量  $a, b$  的夹角为  $60^\circ$ ， $c = ta + (1-t)b$ ，若  $b \cdot c = 0$ ，则  $t = \underline{\quad}$ 。

【答案】2

【解析】 $t\vec{a} \cdot \vec{b} + (1-t)\vec{b} \cdot \vec{b} = 0$ ，故  $\frac{t}{2} + (1-t) = 0$ ，故  $t = 2$ 。

【考点定位】本题考查向量的数量积运算，考查学生的基本运算能力。

(14) 设  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} 1 \leq x \leq 3, \\ -1 \leq x - y \leq 0 \end{cases}$ ，则  $z = 2x - y$  的最大值为  $\underline{\quad}$ 。

【答案】3;

【解析】做出可行域可知, 当  $x=3, y=3$  的时候  $z$  有最大值 3.

【考点定位】本题考查线性规划知识, ks5u.com 考查学生的数形结合能力以及逻辑推理能力.

(15) 已知  $H$  是球  $O$  的直径  $AB$  上一点,  $AH:HB=1:2$ ,  $AB \perp$  平面  $\alpha$ ,  $H$  为垂足,  $\alpha$  截球  $O$  所得截面的面积为  $\pi$ , 则球  $O$  的表面积为\_\_\_\_\_。

【答案】 $\frac{9}{2}\pi$ ;

【解析】过  $H$  的截面与球体上下分别交于  $M, N$  两点, 三角形  $AMN$  为直角三角形, 因为  $MH \perp HN$ .

由射影定理可知,  $AH = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  $BH = \sqrt{2}$ , 所以球体的半径为  $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ , 故表面积  $S = 4 \cdot \pi \cdot \frac{18}{16} = \frac{9}{2}\pi$ .

【考点定位】本题考查球体的表面积公式, 考查学生的空间想象能力.

(16) 设当  $x = \theta$  时, 函数  $f(x) = \sin x - 2\cos x$  取得最大值, 则  $\cos \theta =$ \_\_\_\_\_.

【答案】 $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ;

【解析】 $\cos \theta = \frac{-2}{\sqrt{5}} = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$ .

【考点定位】本题考查三角恒等变换, 考查学生对概念的理解.

三. 解答题: 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

(17) (本小题满分12分)

已知等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n$  满足  $S_3 = 0$ ,  $S_5 = -5$ .

(I) 求  $\{a_n\}$  的通项公式;

(II) 求数列  $\left\{\frac{1}{a_{2n-1}a_{2n+1}}\right\}$  的前  $n$  项和.

【答案】依题意， $3a_2 = 0$ ， $5a_3 = -5$ ，故  $d = -1$ ，所以  $a_1 = 1$ ，所以  $a_n = 1 - (n-1)$ ，即  $a_n = 2 - n$ ；

$$(2) \frac{1}{a_{2n-1} \cdot a_{2n+1}} = \frac{1}{(2n-1)(2n-3)} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2n-3} - \frac{1}{2n-1} \right) = \frac{1}{2} \left( -1 - \frac{1}{2n-1} \right) = \frac{-n}{2n-1}$$

【解析】(1) 利用等差数列的前  $n$  项和公式构造二元一次方程组进行求解；(2) 使用裂项法求和。

【考点定位】ks5u.com 本题考查等差数列定义以及数列求和的方法，考查学生对定义的理解以及逻辑思维能力，列项相消法解题，可能存在以下一些列项类型

$$(1) \frac{1}{n(n+k)} = \frac{1}{k} \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{n+k} \right);$$

$$(2) \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right);$$

$$(3) \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}.$$

18 (本小题满分共 12 分)

为了比较两种治疗失眠症的药 (分别称为  $A$  药,  $B$  药) 的疗效, 随机地选取 20 位患者服用  $A$  药, 20 位患者服用  $B$  药, 这 40 位患者服用一段时间后, 记录他们日平均增加的睡眠时间 (单位:  $h$ ), 试验的观测结果如下:

服用  $A$  药的 20 位患者日平均增加的睡眠时间:

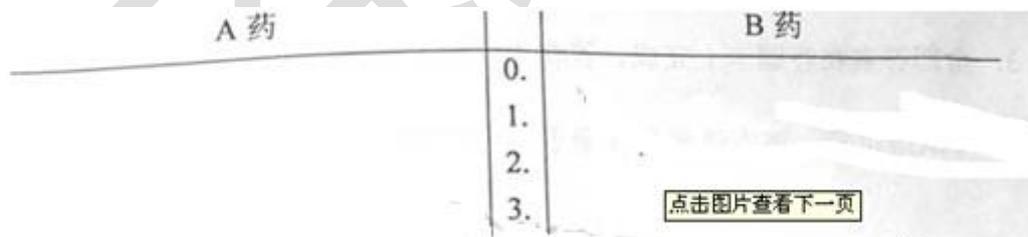
0.6 1.2 2.7 1.5 2.8 1.8 2.2 2.3 3.2 3.5  
2.5 2.6 1.2 2.7 1.5 2.9 3.0 3.1 2.3 2.4

服用  $B$  药的 20 位患者日平均增加的睡眠时间:

3.2 1.7 1.9 0.8 0.9 2.4 1.2 2.6 1.3 1.4  
1.6 0.5 1.8 0.6 2.1 1.1 2.5 1.2 2.7 0.5

(1) 分别计算两组数据的平均数, 从计算结果看, 哪种药的疗效更好?

(3) 根据两组数据完成下面茎叶图, 从茎叶图看, 哪种药的疗效更好?



**【答案】**(1) 服用 A 药睡眠时间平均增加 2.3；服用 B 药睡眠时间平均增加 1.6；从计算结果来看，服用 A 药的效果更好

(2)

| A 药                 |    | B 药               |
|---------------------|----|-------------------|
| 6                   | 0. | 8 9 5 6 5         |
| 2 5 8 2 5           | 1. | 7 9 2 3 4 6 8 1 2 |
| 7 8 2 3 5 6 7 9 3 4 | 2. | 4 6 1 5 7         |
| 2 5 0 1             | 3. | 2                 |

从茎叶图来看，A 的数据大部分集中在第三段，B 的数据大部分集中在第二段，故 A 药的药效好

**【解析】**(1) 利用平均数公式进行计算；(2) 绘制茎叶图，进行观察。

**【考点定位】** 本题考查茎叶图、利用样本数据估计总体，考查学生的数据处理能力

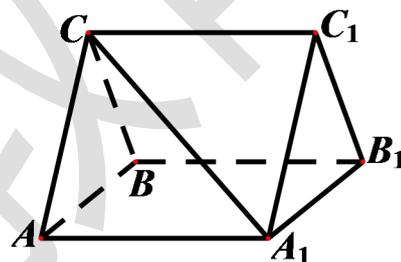
19. (本小题满分 12 分)

如图，三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  中， $CA = CB$ ， $AB = AA_1$ ，

$\angle BAA_1 = 60^\circ$ 。

(I) 证明： $AB \perp A_1C$ ；

(II) 若  $AB = CB = 2$ ， $A_1C = \sqrt{6}$ ，求三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  的



体积。

**【答案】**(1) 取 AB 的中点 O，连接  $OC_1$ 、 $OA_1$ 、 $A_1B$ ，因

为  $CA = CB$ ，所以  $OC \perp AB$ ，由于  $AB = AA_1$ ， $\angle BAA_1 = 60^\circ$ ，

所以  $OA_1 \perp AB$ ，所以  $AB \perp$  平面  $OA_1C$ ，因为  $A_1C \subset$  平面  $OA_1C$ ，所以  $AB \perp A_1C$ ；

(2) 因为  $\triangle ABC$  为等边三角形，所以  $OC = \sqrt{3}$ ；底面积  $S = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 2 = 2\sqrt{3}$ ，所

以体积  $V = \frac{1}{3} \times 2\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 2$

**【解析】**(1) 构造辅助线证明线面垂直，进而得到线线垂直；(2) 利用体积公式进行求解。

**【考点定位】** 本题考查线面垂直的判定、线面垂直的性质以及三棱柱的体积公式，考查学生

的化归与转化能力以及空间想象能力。

(20) (本小题满分共 12 分)

已知函数  $f(x) = e^x(ax + b) - x^2 - 4x$ ，曲线  $y = f(x)$  在点  $(0, f(0))$  处切线方程为  $y = 4x + 4$ 。

(I) 求  $a, b$  的值；

(II) 讨论  $f(x)$  的单调性, 并求  $f(x)$  的极大值。

【答案】(1)  $f(0) = 4$ ,  $f'(x) = e^x(ax+b) + ae^x - 2x - 4$ , 故  $\begin{cases} f'(0) = 4 \\ f(0) = 4 \end{cases}$ , 解得  $a = b = 4$ ;

(2)  $f(x) = e^x(4x+4) - x^2 - 4x$ ,  $f'(x) = e^x(4x+4) + 4e^x - 2x - 4 = (x+2)(4e^x - 2)$ ; 令  $x = 0$ ,

所以  $x = -2$  或  $x = \ln \frac{1}{2} = -\ln 2$ , 所以当  $x$  变化时,  $f'(x)$ 、 $f(x)$  变化如下表所示:

|         |                 |      |                |          |                     |
|---------|-----------------|------|----------------|----------|---------------------|
| $x$     | $(-\infty, -2)$ | $-2$ | $(-2, -\ln 2)$ | $-\ln 2$ | $(-\ln 2, +\infty)$ |
| $f'(x)$ | +               | 0    | -              | 0        | +                   |
| $f(x)$  | 单调递增            | 极大值  | 单调递减           | 极小值      | 单调递增                |

所以极大值  $f(-2) = 4 - \frac{4}{e^2}$ .

【解析】(1) 利用导数的几何意义求出  $a$ 、 $b$ . (2) 利用导数法求函数的极值

【考点定位】本题考查导数的几何意义、导数与函数的单调性、导数与函数的极值, 考查学生的基本推理能力. 利用导数求函数的极值一般分为四个步骤:

- 1、确定函数的定义域;
2. 求出  $f'(x)$
- 3、令  $f'(x) = 0$ , 列表;
- 4、确定函数的极值.

其中定义域优先, 本题函数的定义域为  $\mathbb{R}$ .

(21) (本小题满分 12 分)

已知圆  $M : (x+1)^2 + y^2 = 1$ , 圆  $N : (x-1)^2 + y^2 = 9$ , 动圆  $P$  与圆  $M$  外切并且与圆  $N$  内切, 圆心  $P$  的轨迹为曲线  $C$ .

(I) 求  $C$  的方程;

(II)  $l$  是与圆  $P$ , 圆  $M$  都相切的一条直线,  $l$  与曲线  $C$  交于  $A$ ,  $B$  两点, 当圆  $P$  的半径最长是, 求  $|AB|$ .

【答案】依题意，圆  $M$  的圆心  $M(-1, 0)$ ，圆  $N$  的圆心  $N(1, 0)$ ，故  $|PM| + |PN| = 4 > 2$ ，由椭圆定

理可知，曲线  $C$  是以  $M, N$  为左右焦点的椭圆（左顶点除外），其方程为  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1 (x \neq -2)$ ；

(2) 对于曲线  $C$  上任意一点  $P(x, y)$ ，由于  $|PM| - |PN| = 2R - \leq 2$  ( $R$  为圆  $P$  的半径)，

所以  $R=2$ ，所以当圆  $P$  的半径最长时，其方程为  $(x-2)^2 + y^2 = 4$ ；

若直线  $l$  垂直于  $x$  轴，易得  $|AB| = 2\sqrt{3}$ ；

若直线  $l$  不垂直于  $x$  轴，设  $l$  与  $x$  轴的交点为  $Q$ ，则  $\frac{|QP|}{|QM|} = \frac{R}{r_1}$ ，解得  $Q(-4, 0)$ ，故直线  $l: y = k(x+4)$ ；

有  $l$  与圆  $M$  相切得  $\frac{|3k|}{\sqrt{1+k^2}} = 1$ ，解得  $k = \pm \frac{\sqrt{2}}{4}$ ，当  $k = \frac{\sqrt{2}}{4}$  时，直线  $y = \frac{\sqrt{2}}{4}x + \sqrt{2}$ ，联立直线

与椭圆的方程解得  $|AB| = \frac{18}{7}$ ；同理，当  $k = -\frac{\sqrt{2}}{4}$  时， $|AB| = \frac{18}{7}$ 。

【解析】(1) 根据椭圆的定义求出方程；(2) 先确定当圆  $P$  的半径最长时，其方程为  $(x-2)^2 + y^2 = 4$ ；

再对直线  $l$  进行分类讨论求弦长。

【考点定位】本题考查椭圆的定义、弦长公式、直线的方程，考查学生的运算能力、化简能力以及数形结合的能力。

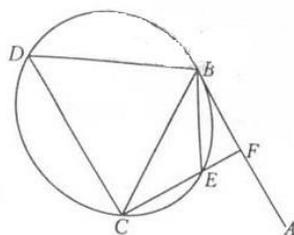
请考生在第 (22)、(23)、(24) 三题中任选一题作答。注意：只能做所选定的题目。如果多做，则按所做的第一个题目计分，作答时请用 2B 铅笔在答题卡上将所选题号后的方框涂黑。

(22) (本小题满分 10 分) 选修 4-1：几何证明选讲

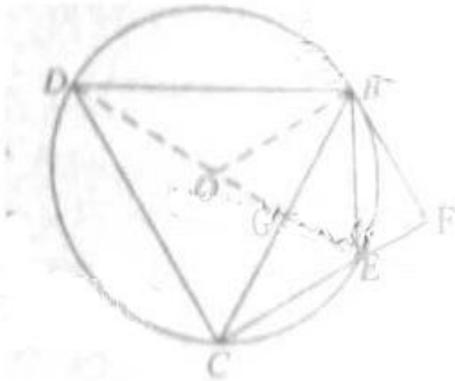
如图，直线  $AB$  为圆的切线，切点为  $B$ ，点  $C$  在圆上， $\angle ABC$  的角平分线  $BE$  交圆于点  $E$ ， $DB$  垂直  $BE$  交圆于点  $D$ 。

(I) 证明： $DB = DC$ ；

(II) 设圆的半径为 1， $BC = \sqrt{3}$ ，延长  $CE$  交  $AB$  于点  $F$ ，求  $\triangle BCF$  外接圆的半径。



【答案】(1) 连接  $DE$ , 交  $BC$  为  $G$ , 由弦切角定理得,  $\angle ABE = \angle BCE$ ,  $BE = CE$ , 又因为  $DB \perp BE$ , 所以  $DE$  为直径, 由勾股定理得  $DB = DC$ .



(2) 由 (1),  $\angle CDE = \angle BDE$ ,  $DB = DC$ , 故  $DG$  是  $BC$  的中垂线, 故  $BG = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , 圆心为  $O$ , 连接  $BO$ , 则  $\angle BOG = 60^\circ$ ,  $\angle ABE = \angle BCE = \angle CBE = 30^\circ$ , 所以  $CF \perp BF$ , 故外接圆半径为  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

【解析】(1) 利用弦切角定理进行求解; (2) ks5u.com 利用 (1) 中的结论配合角度的计算可以得到答案.

【考点定位】本题考查几何证明中的定理运用, 考查学生的数形结合的能力.

(23) (本小题 10 分) 选修 4—4: 坐标系与参数方程

已知曲线  $C_1$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 4 + 5 \cos t, \\ y = 5 + 5 \sin t \end{cases}$  ( $t$  为参数), 以坐标原点为极点,  $x$  轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线  $C_2$  的极坐标方程为  $\rho = 2 \sin \theta$ .

系, 曲线  $C_2$  的极坐标方程为  $\rho = 2 \sin \theta$ .

(I) 把  $C_1$  的参数方程化为极坐标方程;

(II) 求  $C_1$  与  $C_2$  交点的极坐标 ( $\rho \geq 0, 0 \leq \theta < 2\pi$ ).

【答案】(1) 因为  $\begin{cases} x=4+5\cos t \\ y=5+5\sin t \end{cases}$ , 消去参数, 得  $(x-4)^2+(y-5)^2=25$  即

$$x^2+y^2-8x-10y+16=0,$$

故  $C_1$  极坐标方程为  $\rho^2-8\rho\cos\theta-10\rho\sin\theta+16=0$ ;

(2)  $C_2$  的普通方程为  $x^2+y^2-2y=0$  联立  $C_1, C_2$  的方程, 解得  $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$  或  $\begin{cases} x=0 \\ y=2 \end{cases}$ , 所以交点

的极坐标为  $(\sqrt{2}, \frac{\pi}{4}), (2, \frac{\pi}{2})$ .

【解析】(1) 先得到  $C_1$  的一般方程, 进而得到极坐标方程; (2) 先联立求出交点坐标, 进而求出极坐标.

【考点定位】本题考查极坐标方程的应用以及转化, 考查学生的转化与化归能力

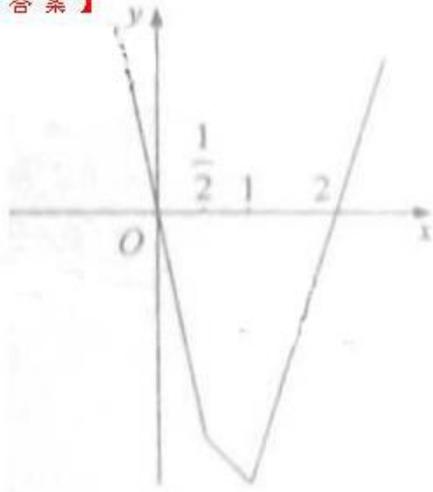
(24) (本小题满分 10 分) 选修 4—5: 不等式选讲

已知函数  $f(x)=|2x-1|+|2x+a|$ ,  $g(x)=x+3$ .

(I) 当  $a=-2$  时, 求不等式  $f(x)<g(x)$  的解集;

(II) 设  $a>-1$ , 且当  $x\in[-\frac{a}{2}, \frac{1}{2}]$  时,  $f(x)\leq g(x)$ , 求  $a$  的取值范围.

【答案】



$$\text{当 } a = -2 \text{ 时, 令 } y = |2x-1| + |2x-2| - x - 3 = \begin{cases} -5x, & x \leq \frac{1}{2} \\ -x-2, & \frac{1}{2} \leq x \leq 1 \\ 3x-6, & x > 1 \end{cases}$$

时,  $x < 0$ , 故原不等式的解集为  $\{x | 0 < x < 2\}$ ;

(2) 依题意, 原不等式化为  $1+a \leq x+3$ , 故  $x \geq a-2$  对  $\left[-\frac{a}{2}, \frac{1}{2}\right]$  都成立, 故  $-\frac{a}{2} \geq a-2$ , 故  $a \leq \frac{4}{3}$ ,

故  $a$  的取值范围是  $\left(-1, \frac{4}{3}\right]$ .

【解析】(1) 构造函数  $y = |2x-1| + |2x-2| - x - 3$ , 作出函数图像, 观察可知结论; (2)

利用分离参数法进行求解.

【考点定位】本题考不等式的解法, 考查学生数形结合的能力以及化归与转化思想.