2014年普通高等学校招生全国统一考试

(全国卷Ⅰ新课标)

数学（文科）

1．选择题：本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

（1）已知集合$M=\{x|-1\le x\le 3\},B=\{x|-2\le x\le 1\}$，则$M\cap B=$（　　）

A. $(-2,1)$　　B. $(-1,1)$　　C. $(1,3)$　　D. $(-2,3)$

（2）若$\tan\alpha>0$，则

A. $\sin\alpha>0$　　B. $\cos\alpha>0$　　C. $\sin 2\alpha>0$　　D. $\cos 2\alpha>0$

（3）设$z=\dfrac{1}{1+i}+i$，则$|z|=$

A. $\dfrac{1}{2}$　　B. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　D. 2

（4）已知双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{3}=1(a>0)$的离心率为 2，则$a=$

A. 2　　B. $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$　　C. $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$　　D. 1

（5）设函数$f(x),g(x)$的定义域为R，且$f(x)$是奇函数，$g(x)$是偶函数，则下列结论中正确的是

A. $f(x)g(x)$是偶函数　　B. $|f(x)|g(x)$是奇函数

C. $f(x)|g(x)|$ 是奇函数　　D. $|f(x)g(x)|$是奇函数

（6）设D,E,F 分别为ΔABC 的三边BC,CA,AB 的中点，则$\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{FC}=$

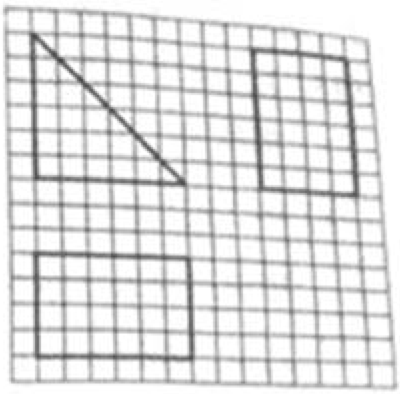
A. $\overrightarrow{AD}$　　B. $\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AD}$　　C. $\dfrac{1}{2}\overrightarrow{BC}$　　D. $\overrightarrow{BC}$

（7）在函数① $y=\cos|2x|$，② $y=|\cos x|$，③ $y=\cos(2x+\frac{\pi}{6})$，④ $y=\tan(2x-\frac{\pi}{4})$ 中，最小正周期为 π 的所有函数为

A.①②③　B. ①③④　C. ②④　D. ①③

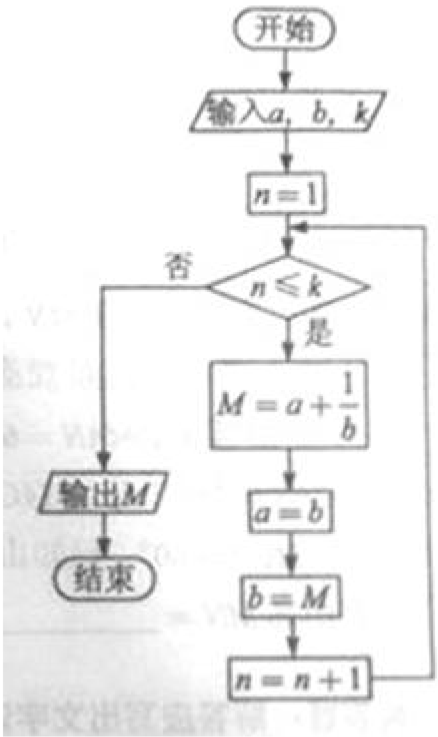
8.如图，网格纸的各小格都是正方形，粗实线画出的事一个几何体的三视图，则这个几何体是（　　　）

A.三棱锥　　B.三棱柱　　C.四棱锥　　D.四棱柱



9.执行右面的程序框图，若输入的 a,b,k 分别为 1,2,3，则输出的 $M=$(　)

A. $\frac{20}{3}$　B. $\frac{7}{2}$　C. $\frac{16}{5}$　D. $\frac{15}{8}$



10. 已知抛物线 C：$y^2=x$ 的焦点为 F，$A(x_0, y_0)$ 是 C 上一点，zxxk $|AF|=\frac{5}{4}x_0$，则 $x_0=$（　　）

A. 1　B. 2　C. 4　D. 8

（11）设 x，y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y\ge a, \\ x-y\le -1, \end{cases}$ 且 $z=x+ay$ 的最小值为 7，则 $a=$

（A）-5　　（B）3

（C）-5 或 3　　（D）5 或-3

（12）已知函数 $f(x)=ax^3-3x^2+1$，若 $f(x)$ 存在唯一的零点 x_0，且 $x_0>0$，则 a 的取值　范围是

（A）$(2,+\infty)$　（B）$(1,+\infty)$　（C）$(-\infty,-2)$　（D）$(-\infty,-1)$

第 II 卷

2、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分

（13）将 2 本不同的数学书和 1 本语文书在书架上随机排成一行，则 2 本数学书相邻的概率为________.

（14）甲、乙、丙三位同学被问到是否去过 A、B、zxxk C 三个城市时，

甲说：我去过的城市比乙多，但没去过 B 城市；

乙说：我没去过 C 城市；

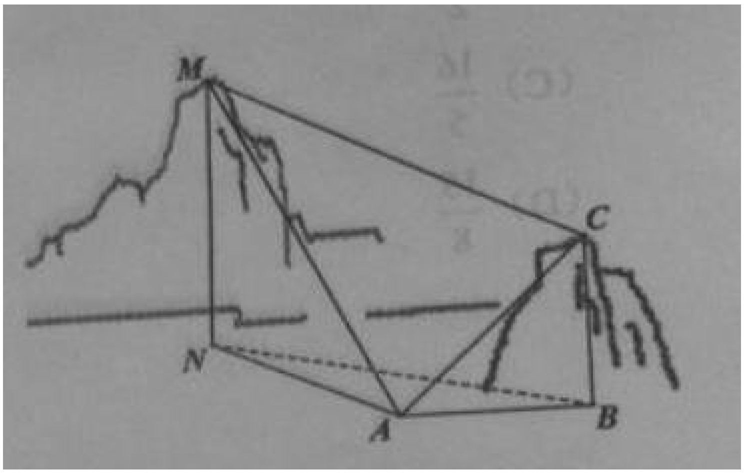
丙说：我们三人去过同一城市；

由此可判断乙去过的城市为________.

（15）设函数 $f(x)=\begin{cases} e^{x-1}, x<1, \\ x^{\frac{1}{3}}, x\ge 1, \end{cases}$ 则使得 $f(x)\le 2$ 成立的 x 的取值范围是________.

（16）如图，为测量山高 MN，选择 A 和另一座山的山顶 C 为测量观测点.从 A 点测得 M 点的仰角 $\angle MAN=60°$，C 点的仰角 $\angle CAB=45°$ 以及 $\angle MAC=75°$；从 C 点测得

$\angle MCA = 60^\circ$. 已知山高 $BC = 100m$，则山高 $MN =$ ________ m. 本文来自 http://gaokao.ccutu.com



3、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

（17）（本小题满分 12 分）

已知$\{a_n\}$是递增的等差数列，a_2，a_4是方程$x^2-5x+6=0$的根。

（I）求$\{a_n\}$的通项公式;

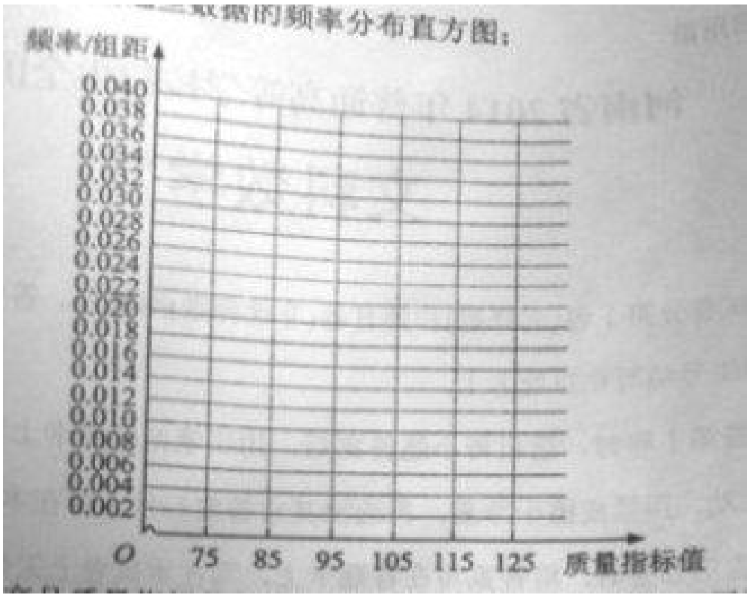
（II）求数列$\left\{\dfrac{a_n}{2^n}\right\}$的前$n$项和.

（18）（本小题满分 12 分）

从某企业生产的某种产品中抽取 100 件，测量这些产品的一项质量指标值，由测量表得如下频数分布表：

质量指标值分组	[75，85)	[85，95)	[95，105)	[105，115)	[115，125)
频数	6	26	38	22	8

（I）在答题卡上作出这些数据的频率分布直方图：



（II）估计这种产品质量指标值的平均数及方差（同一组中的数据用该组区间的中点值作代表）；

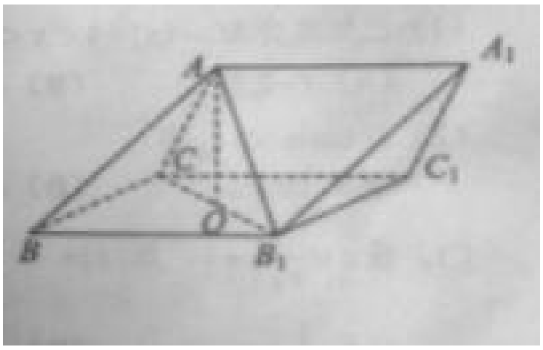
（III）根据以上抽样调查数据，能否认为该企业生产的这种产品符合“质量指标值不低于 95 的产品至少要占全部产品的 80%”的规定？

19(本题满分 12 分)

如图，三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，侧面BB_1C_1C为菱形，B_1C zxxk 的中点为O，且$AO\perp$平面BB_1C_1C

（1）证明：$B_1C\perp AB$;

（2）若$AC\perp AB_1$, $\angle CBB_1=60°, BC=1$, 求三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$的高.



20. （本小题满分 12 分）

已知点$P(2,2)$，圆C: $x^2+y^2-8y=0$，过点P的动直线l与圆C交于A,B两点，线段AB的中点为M，O为坐标原点.

（1）求M的轨迹方程;

（2）当$|OP|=|OM|$时，求l的方程及ΔPOM的面积

21（12 分）

设函数$f(x)=a\ln x+\frac{1-a}{2}x^2-bx(a\neq 1)$，zxxk 曲线$y=f(x)$在点$(1, f(1))$处的切线斜率为 0

（1）求 b;

（2）若存在$x_0\geq 1$, 使得$f(x_0)<\frac{a}{a-1}$，求 a 的取值范围。

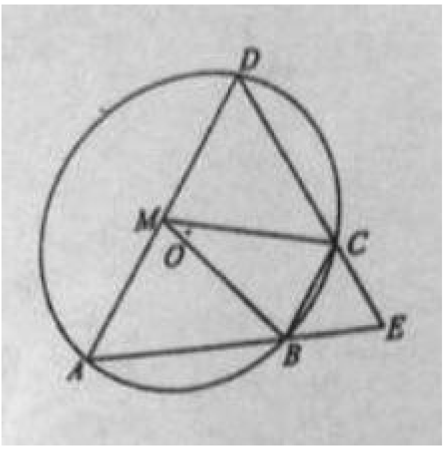
请考生在第 22、23、24 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分，解答时请写清题号.

（22）（本小题满分 10 分）选修 4-1，几何证明选讲

如图，四边形$ABCD$是$\odot O$的内接四边形，AB的延长线与DC的延长线交于点E，且$CB=CE$.

（I）证明：$\angle D=\angle E$；

（II）设AD不是$\odot O$的直径，AD的中点为M，zxxk 且$MB=MC$，证明：ΔABC为等边三角形.



（23）（本小题满分 10 分）选修 4-4：坐标系与参数方程

已知曲线$C:\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{9}=1$，直线$l:\begin{cases}x=2+t\\y=2-2t\end{cases}$（$t$为参数）

（1）写出曲线C的参数方程，直线l的普通方程；

（2）过曲线C上任意一点P作与l夹角为 30° 的直线，交l于点A，求$|PA|$的最大值与最小值.

（24）（本小题满分 10 分）选修 4-5；不等式选讲

若$a>0,b>0,$且$\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}=\sqrt{ab}$

（I）求a^3+b^3的最小值；

（II）是否存在a,b，使得$2a+3b=6$？并说明理由.

2014年普通高等学校招生全国统一考试

文科数学试题答案（A卷）

选择题答案

一选择题

（1）B　(2)A　(3)B　(4)D　(5)A　(6)C

(7)C　(8)B　(9)D　(10) C　(11)B　(12)A

二填空题

（13）2/3　(14)　A　(15) ($-\infty,8]$　(16)　150

三解答题

（17）

解：（I）方程x^2-5x+6=0的两个根为2,3，由题意可知a_2=2，a_4=3.

设数列{a_n}的通项公式为$a_n = \frac{1}{2n} + 1$

(II)设{$\frac{a^n}{2^n}$}的前n项和为Sn，由（I）知$\frac{a^n}{2^n} = \frac{n+2}{2^{n+1}}$，则

Sn=$\frac{3}{2^2}$+…….+$\frac{n+2}{2^{n+1}}$

1/2Sn=$\frac{3}{2^3}$+……..+$\frac{n+2}{2^{n+2}}$

两式相减得：

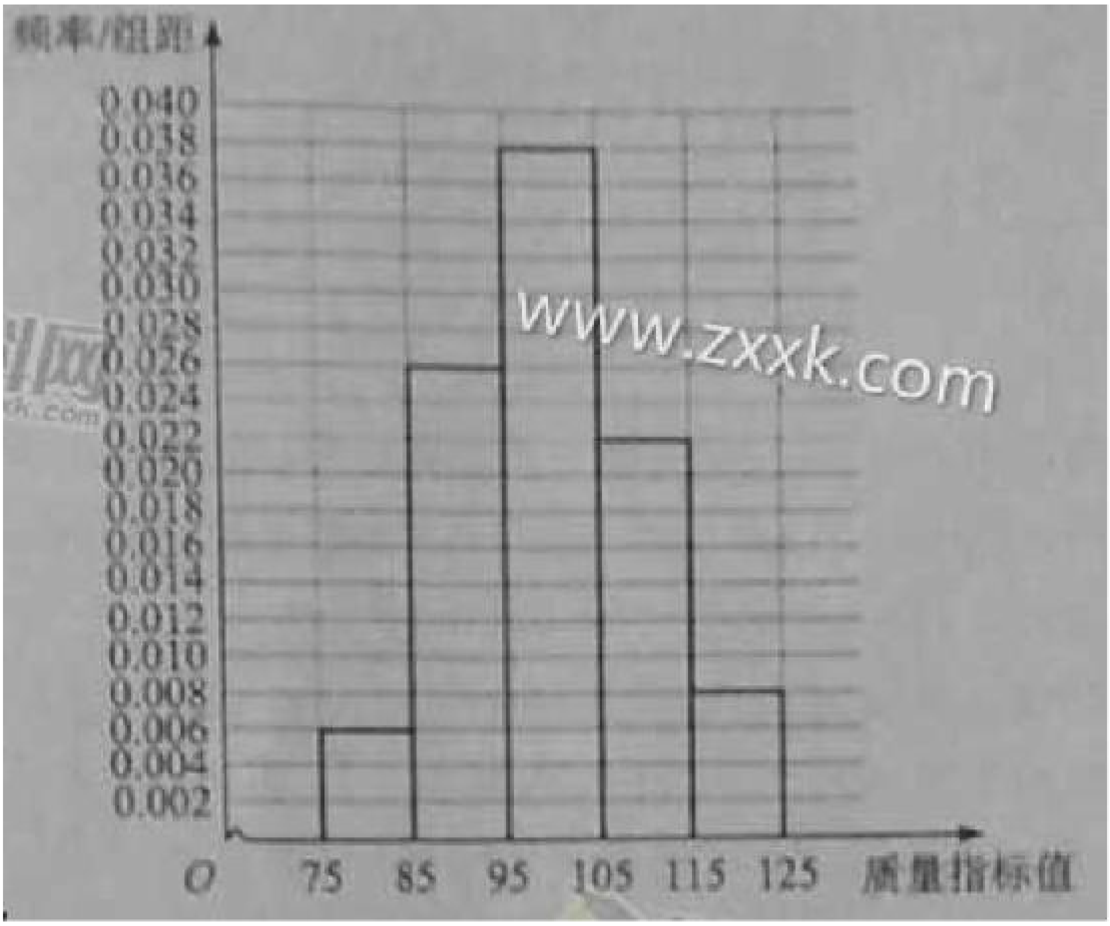
1/2Sn=3/4+($\frac{1}{2^3} + \cdots + \frac{1}{2^{n+1}}$)-$\frac{n+2}{2^{n+1}}$

$=3/4+1/4(1-\frac{1}{2^{n-1}})-\frac{n+2}{2^{n+1}}$

所以 $S_n=2-\frac{n+4}{2^{n+1}}$

（18）解：

（1）



（2）质量指标的样本平均数为

$$\bar{x}=80\times0.06+90\times0.26+100\times0.38+110\times0.22+120\times0.08=100$$

质量指标值的样本方差为

$$S^2=(-20)^2\times0.06+(-10)^2\times0.26+0\times0.38+10^2\times0.22+20^2\times0.08=104$$

所以此题得证。（10 分）

（3）质量指标值不低于 95 的产品所占比例的估计值为 0.38+0.22+0.08=0.68

由于该估计值小于 0.8，故不能认为该企业生产的这种产品符合“质量指标不低于 95 的产品至少要占全部产品 80%” 的规定。（12 分）

（19）解：

（1）连接，则 BC_1,则 O 为 B_1C 与 BC_1 的交点，因为侧面 BB_1C_1C 为菱形，所以 $B_1C \perp BC_1$

又 AO⊥平面 BB_1C_1C，所以，$B_1C \perp AO$，故 $B_1C \perp$ 平面 ABO

由于 $AB \subset$ 平面 ABO，故 $B_1C \perp$ 平面 ABO，故 $B_1C \perp$ AB ………(6 分)

（2）OD⊥BC，垂足为 D,连接 AD,作 OH⊥AD,垂足为 H,

又因 $BC_1 \perp AO$，BC⊥OD,故 BC⊥平面 AOD,所以 OH⊥BC

又 OH⊥AD,所以 OH ⊥平面 ABC

因为 $\angle CBB_1 = 60^0$，所以 ΔCBB_1 为等边三角形，又 BC=1，可得 OD= $\frac{\sqrt{3}}{4}$

由于 AC ⊥ AB_1,所以 OA= $\frac{1}{2}B_1C$ = $\frac{1}{2}$

由 OH・AD=OD・OA，且 AD=$\sqrt{OD^2+OA^2}$ = $\frac{\sqrt{7}}{4}$，得 OH= $\frac{\sqrt{21}}{14}$

又 O 为 B_1C 的中点，所以点 B_1 到平面 ABC 的距离为 $\frac{\sqrt{21}}{7}$，故三棱柱 ABC-$A_1B_1C_1$ 的高为 $\frac{\sqrt{21}}{7}$

（20）解：

（Ⅰ）圆 C 的方程可化为 $x^2+(y-4)^2=16$，所以圆心为 C（0,4），半径

为 4.

设 M(x,y)则 $\overline{CM}=(x,y-4)$，$\overline{MP}=(2-x,2-y)$，由题设知 $\overline{CM}\cdot\overline{MP}=0$,故

$x(2-x)+(y-4)(2-y)=0$，即 $(x-1)^2+(y-3)^2=2$

由于点 P 在圆 C 的内部，所以 M 的轨迹方程为 $(x-1)^2+(y-3)^2=2$

（Ⅱ）由（Ⅰ）可知 M 的轨迹方程是以点 N（3.1）为圆心，$\sqrt{2}$ 为半径的圆

由于$|OP|=|OM|$故O在线段PM的垂直平分线上，又P在圆N上，从而ON⊥PM

因为ON的斜率为3，所以l的斜率为$\frac{1}{3}$，故l的方程为$y=-\frac{1}{3}x+\frac{8}{3}$

又$|OP|=|OM|=2\sqrt{2}$。O到l的距离为$\frac{4\sqrt{10}}{5}$。$|PM|=\frac{4\sqrt{10}}{5}$,所以△POM的面积为16/5.

（21）解：

（Ⅰ）$f(x)=\frac{a}{x}+(1-a)x-b$

由题设知，$f'(1)=0$，解得b=1

（Ⅱ）$f(x)$的定义域为（0，+∞）由（Ⅰ）知$f(x)=a\ln x+\frac{1-a}{2}x^2-x$

$$f'(x)=\frac{a}{x}+(1-a)x-1=\frac{1-a}{x}(x-\frac{a}{1-a})(x-1)$$

(i) 若$a\le\frac{1}{2}$, 则$\frac{a}{1-a}\le 1$，故当$x\in(1,+\infty)$时，$f'(x)>0$，$f(x)$在（1，+∞）上单调递增

所以，存在$x_0\ge 1$，使得$f(x)<\frac{a}{1-a}$的充要条件为$f(1)<\frac{a}{a-1}$，即$\frac{1-a}{2}-1<\frac{a}{a-1}$，可得$-\sqrt{2}-1<a<\sqrt{2}-1$

（**ii**）若 1/2<a<1, 则$\frac{a}{1-a}>1$，故当$x\in(1,\frac{a}{1-a})$时。$f'(x)<0$；当$x\in(\frac{a}{1-a},+\infty)$时，$f'(x)>0$, $f(x)$在$(1,\frac{a}{1-a})$单调递减，在$(\frac{a}{1-a},+\infty)$单调递增。

(22)

解：（I）记A_1为事件 xxxxxA 上的来求回球的得分为 i 分（i=0,1,3）

则 P（A_3）=$\frac{1}{2}$，P（A_0）=1−$\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$;

记 P（B_i）为事件“小明对落点在 B 上的来球回球的得分为 i 分” （i=0,1,3）

则 P（B_3）=$\frac{1}{5}$， P（B_1）=$\frac{3}{5}$，P（B_0）=1−$\frac{1}{5}-\frac{3}{5}=\frac{1}{5}$

记 D 为事件“小明两次回球的落点中恰有 1 次落在乙上”.

由题意，D=$A_3B_0+A_1B_0+A_0B_1+A_0B_3$

由事件的独立性和互斥性.

$P(D)=P(A_3B_0+A_1B_0+A_0B_1+A_0B_3)$

$=P(A_3B_0)+P(A_1B_0)+P(A_0B_1)+P(A_0B_3)$

$=P(A_3)P(B_0)+P(A_1)P(B_0)+P(A_0)P(B_1)+P(A_0)P(B_3)$

$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{5}+\frac{1}{6}\times\frac{3}{5}+\frac{1}{6}\times\frac{1}{5}$

$=\frac{3}{10}$

所以 小明两次来回球的落点中恰有 1 次的落点在乙上的概率为$\frac{3}{10}$.

（II）由题意，随机变量ξ可能的取值为 0,1,2,3,4,6.

由事件的独立性和互斥性，得

$P(\xi=0)=P(A_0B_0)=\frac{1}{6}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{30}$

$P(\xi=1)=P（A_1B_0+A_0）$