2015年普通高等学校招生全国统一考试

第Ⅰ卷

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

（1）已知集合 A={x|x=3n+2, n ∈N}, B={6, 8, 12, 14}, 则集合 A ∩B 中元素的个数为

（A）5　（B）4　（C）3　（D）2

（2）已知点 A（0, 1）, B（3, 2）, 向量 $\overrightarrow{AC}$ =（-4，-3）, 则向量 $\overrightarrow{BC}$ =

（A）（-7，-4）　（B）（7, 4）　（C）（-1, 4）　（D）（1，4）

（3）已知复数 z 满足（z-1）i=i+1，则 z=

（A）-2-I　（B）-2+I　（C）2-I　（D）2+i

（4）如果3个整数可作为一个直角三角形三条边的边长，则称这3个数为一组勾股数，从1，2，3，4，5中任取3个不同的数，则3个数构成一组勾股数的概率为

（A）$\frac{10}{3}$　（B）$\frac{1}{5}$　（C）$\frac{1}{10}$　（D）$\frac{1}{20}$

（5）已知椭圆 E 的中心在坐标原点，离心率为$\frac{1}{2}$，E 的右焦点与抛物线 C：$y^2=8x$ 的焦点重合，A，B 是 C 的准线与 E 的两个焦点，则|AB|=

（A）3　（B）6　（C）9　（D）12

（6）《九章算术》是我国古代内容极为丰富的数学名著，书中有如下问题："今有委米依垣内角，下周八尺，高五尺。问:积及为米几何?"其意思为:"在屋内墙角处堆放米(如图，米堆为一个圆锥的四分之一)，米堆为一个圆锥的四分之一)，米堆底部的弧度为8尺，米堆的高为5尺，问米堆的体积和堆放的米各为多少?"已知1斛米的体积约为1.62立方尺，圆周率约为3，估算出堆放斛的米约有

A. 14斛　B. 22斛　C. 36斛　D. 66斛

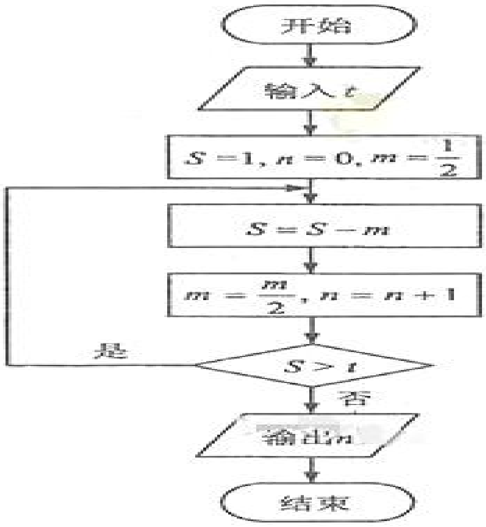
（7）已知$\{a_n\}$是公差为1的等差数列，S_n为$\{a_n\}$的前 n 项和。则$S_8=4S_4$，a_{10}=

（A）$\frac{17}{2}$　（B）$\frac{19}{2}$　（C）10　（D）12

（8）函数 f(x)=$\cos(\omega x+\varphi)$的部分图像如图所示，则 f(x)的单调递减区间为（A）（$k\pi-\frac{1}{4}$，$k\pi+\frac{3}{4}$），k∈Z　（B）（$2k\pi-\frac{1}{4}$，$2k\pi+\frac{3}{4}$），k∈Z

（C）（$k-\frac{1}{4}$，$k+\frac{3}{4}$），k∈Z　（D）（$2k-\frac{1}{4}$，$2k+\frac{3}{4}$），k∈Z

（9）执行右面的程序框图，如果输入的 t=0.01，则输出的 n=

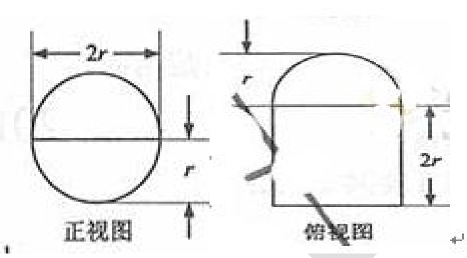


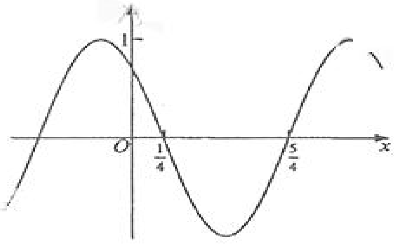
（A）5　　（B）6　　（C）7　　（D）8

（10）已知函数$f(x)=\begin{cases}2^{x-1}-2,\ x\le 1\\ -\log_2(x+1),\ x>1\end{cases}$，且 f（a）=-3，则 f（6-a）=

（A）$-\frac{7}{4}$　　（B）$-\frac{5}{4}$　　（C）$-\frac{3}{4}$　　（D）$-\frac{1}{4}$

（11）圆柱被一个平面截去一部分后与半球（半径为 r）组成一个几何体，该几何体三视图中的正视图和俯视图如图所示，若该几何体的表面积为 16+20π，则 r=





（A）1　　(B)　2　　(C)　4　　(D)　8

（12）设函数 y=f（x）的图像关于直线 y=-x 对称，且 f（-2）+f（-4）=1，
则 a=

（A）-1　　（B）1　　（C）2　　（D）4

二. 填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分

（13）在数列{a_n}中，　a_1=2，a_{n+1}=2a_n，S_n为{a_n}的前 n 项和。若-S_n=126，则 n=.

（14）已知函数 $f(x)=ax^3+x+1$ 的图像在点（1，f(1)）处的切线过点（2,7），则 a=________.

（15）x, y 满足约束条件$\begin{cases}x+y-2\le 0\\ x-2y+1\le 0\\ 2x-y+2\ge 0\end{cases}$，则 z=3x+y 的最大值为.

（16）已知 F 是双曲线 C：$x^2-\frac{y^2}{8}$=1 的右焦点，P 是 C 的左支上一点，A（0, $6\sqrt{6}$）. 当△APF 周长最小是，该三角形的面积为

三. 解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤

（17）（本小题满分 12 分）

已知 a，b，c 分别为△ABC 内角 A，B，C 的对边，$\sin^2B=2\sin A\sin C$

（Ⅰ）若 a=b，求 cosB;

（Ⅱ）设 B=90°，且 a=$\sqrt{2}$，求△ABC 的面积

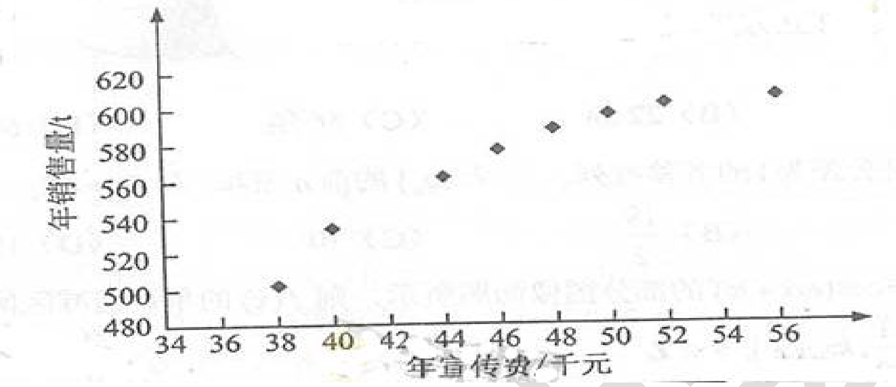
（18）（本小题满分 12 分）

如图，四边形 ABCD 为菱形，G 为 AC 与 BD 的交点，BE⊥平面 ABCD.

（Ⅰ）证明：平面 AEC⊥平面 BED；（Ⅱ）若∠ABC=120°，AE⊥EC，三棱锥—ACD 的体积为$\dfrac{\sqrt{6}}{3}$，求该三棱锥的侧面积

（19）（本小题满分 12 分）

某公司为确定下一年度投入某种产品的宣传费，需了解年宣传费 x（单位：千元）对年销售量 y（单位：t）和年利润 z（单位：千元）的影响，对近 8 年的年宣传费x_1和年销售量y_1（i=1,2，・・・，8）数据作了初步处理，得到下面的散点图及一些统计量的值。



$\vec{x}$	$\vec{y}$	$\vec{w}$	$\sum\limits_{i=1}^{8}(x_1-\vec{x})^2$	$\sum\limits_{i=1}^{8}(w_1-\vec{w})^2$	$\sum\limits_{i=1}^{8}(x_1-\vec{x})(y-\vec{y})$	$\sum\limits_{i=1}^{8}(w_1-\vec{w})(y-\vec{y})$
46.6	563	6.8	289.8	1.6	1469	108.8

表中 $w_1=\sqrt{x}_1$，，$\vec{w}=\dfrac{1}{8}\sum\limits_{i=1}^{8}w_1$

（1）　根据散点图判断，y=a+bx 与 y=c+d$\sqrt{x}$ 哪一个适宜作为年销售量 y 关于年宣传费 x 的回归方程类型？（给出判断即可，不必说明理由）

（Ⅱ）根据（Ⅰ）的判断结果及表中数据，建立 y 关于 x 的回归方程；

（Ⅲ）以知这种产品的年利率 z 与 x、y 的关系为 z=0.2y-x。根据（Ⅱ）的结果回答下列问题：

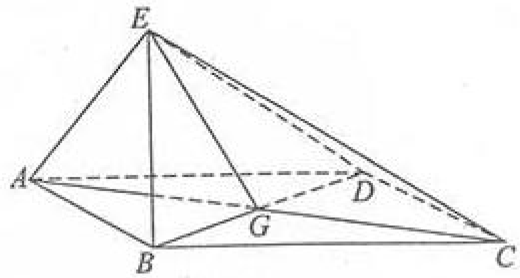
（i）　年宣传费 x=49 时，年销售量及年利润的预报值是多少？

（ii）　年宣传费 x 为何值时，年利率的预报值最大？

附：对于一组数据（u_1　v_1），（u_2　v_2）……..　（u_n　v_n），其回归线 v=$\alpha+\beta$u 的斜率和截距的最小二乘估计分别为：

$$\hat{\beta}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(u_i-\overline{u})(v_i-\overline{v})}{\sum_{i=1}^{n}(u_i-\overline{u})^2},\quad \hat{\alpha}=\overline{v}-\hat{\beta}\overline{u}.$$

（20）（本小题满分 12 分）
已知过点 A(0,1)且斜率为 k 的直线 l 与圆 C$(x-2)^2+(y-3)^2=1$ 交于 M,N 两点.
（1） 求 K 的取值范围；
（2） 若$\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}=12$，其中 0 为坐标原点，求｜MN｜.



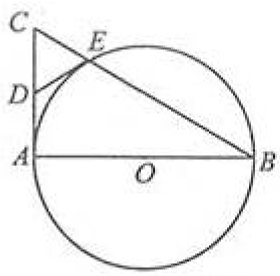
（21）.（本小题满分 12 分）设函数x。

（Ⅰ）讨论$f(x)$的导函数$f'(x)$零点的个数；

（Ⅱ）证明：当$a>0$时，$f(x)\geq 2a+a\ln\frac{2}{a}$。

请考生在第 22、23、24 题中任选一题作答，如果多做，则安所做的第一题计分。作答时请写清题号。

（22）（本小题满分 10 分）选修 4-1：几何证明选讲
如图，AB 是⊙O的直径，AC 是⊙O的切线，BC 交⊙O于点 E。
（Ⅰ）若 D 为 AC 的中点，证明：DE 是⊙O的切线；
（Ⅱ）若 CA=$\sqrt{3}$CE，求∠ACB 的大小。



（24）（本小题满分 10 分）选修 4-5：不等式选讲
已知函数 f（x）=|x+1|-2|x-a|，则 a>0.
（1） 当 a=1 时，求不等式 f（x）>1 的解集；
（2） 若 f（x）的图像与 x 轴围成的三角形面积大于 6，求 a 的取值范围.

绝密★考试结束前　秘密★考试结束后

2015年普通高等学校招生全国统一考试

文科数学试题答案及评分参

评分说明:

1．本解答给出了一种或几种解法供参考，如果考生的解法与本解答不同，可根据试题的主要考查内容比照评分参考制订相应的评分细则。

2．对计算题，当考生的解答在某一步出现错误时，如果后继部分的解答未改变该题的内容和难度，可视影响的程度决定后继部分的给分，但不得超过该部分正确解答应得分数的一半；如果后继部分的解答有较严重的错误，就不再给分。

3．解答右端所注分数，表示考生正确做到这一步应得的累加分数。

4．只给整数分数。选择题不给中间分。

A卷选择题答案

一．选择题

(1) D　(2) A　(3) C　(4) C　(5) B　(6) B

(7) B　(8) D　(9) C　(10) A　(11) B　(12) C

A、B卷非选择题答案

二．填空题

(13) 6　(14) 1　(15) 4　(16) $12\sqrt{6}$

三．解答题

(17) 解:

(Ⅰ) 由题设及正弦定理可得 $b^2=2ac$.

又 $a=b$，可得 $b=2c$，$a=2c$.

由余弦定理可得 $\cos B=\dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\dfrac{1}{4}$.　……6分

(Ⅱ) 由 (Ⅰ) 知 $b^2=2ac$.

因为 $B=90°$，由勾股定理得 $a^2+c^2=b^2$.

故 $a^2+c^2=2ac$，得 $c=a=\sqrt{2}$.

所以△ABC 的面积为1.　……12分

（18）解：

（Ⅰ）因为四边形 $ABCD$ 为菱形，所以 $AC\perp BD$.

因为 $BE\perp$ 平面 $ABCD$，所以 $AC\perp BE$. 故 $AC\perp$ 平面 BED.

又 $AC\subset$ 平面 AEC，所以平面 $AEC\perp$ 平面 BED. ……5 分

（Ⅱ）设 $AB=x$，在菱形 $ABCD$ 中，由 $\angle ABC=120°$，可得

$$AG=GC=\frac{\sqrt{3}}{2}x,\quad GB=GD=\frac{x}{2}.$$

因为 $AE\perp EC$，所以在 $\mathrm{Rt}\triangle AEC$ 中，可得 $EG=\dfrac{\sqrt{3}}{2}x$.

由 $BE\perp$ 平面 $ABCD$，知 $\triangle EBG$ 为直角三角形，可得 $BE=\dfrac{\sqrt{2}}{2}x$.

由已知得，三棱锥 $E-ACD$ 的体积 $V_{E-ACD}=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}AC\cdot GD\cdot BE=\dfrac{\sqrt{6}}{24}x^3=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

故 $x=2$. ……9 分

从而可得 $AE=EC=ED=\sqrt{6}$.

所以 $\triangle EAC$ 的面积为 3，$\triangle EAD$ 的面积与 $\triangle ECD$ 的面积均为 $\sqrt{5}$.

故三棱锥 $E-ACD$ 的侧面积为 $3+2\sqrt{5}$. ……12 分

（19）解：

（Ⅰ）由散点图可以判断，$y=c+d\sqrt{x}$ 适宜作为年销售量 y 关于年宣传费 x 的回归方程类型. ……2 分

（Ⅱ）令 $w=\sqrt{x}$，先建立 y 关于 w 的线性回归方程. 由于

$$\hat{d}=\frac{\sum_{i=1}^{8}(w_i-\overline{w})(y_i-\overline{y})}{\sum_{i=1}^{8}(w_i-\overline{w})^2}=\frac{108.8}{1.6}=68,$$

$$\hat{c}=\overline{y}-\hat{d}\,\overline{w}=563-68\times 6.8=100.6,$$

所以 y 关于 w 的线性回归方程为 $\hat{y}=100.6+68w$，因此 y 关于 x 的回归方程为 $\hat{y}=100.6+68\sqrt{x}$. ……6 分

（Ⅲ）（ⅰ）由（Ⅱ）知，当 $x=49$ 时，年销售量 y 的预报值

$$\hat{y}=100.6+68\sqrt{49}=576.6,$$

年利润 z 的预报值

$$\hat{z}=576.6\times 0.2-49=66.32.$$ ……9 分

（ⅱ）根据（Ⅱ）的结果知，年利润 z 的预报值

$$\hat{z}=0.2(100.6+68\sqrt{x})-x=-x+13.6\sqrt{x}+20.12.$$

所以当 $\sqrt{x}=\dfrac{13.6}{2}=6.8$，即 $x=46.24$ 时，$\hat{z}$ 取得最大值.

故年宣传费为 46.24 千元时，年利润的预报值最大. ……12 分

（20）解:

（Ⅰ）由题设，可知直线 l 的方程为 $y=kx+1$.

因为 l 与 C 交于两点，所以 $\frac{|2k-3+1|}{\sqrt{1+k^2}}<1$.

解得 $\frac{4-\sqrt{7}}{3}<k<\frac{4+\sqrt{7}}{3}$.

所以 k 的取值范围为 $(\frac{4-\sqrt{7}}{3},\frac{4+\sqrt{7}}{3})$. ……5 分

（Ⅱ）设 $M(x_1,\ y_1)$，$N(x_2,y_2)$.

将 $y=kx+1$ 代入方程 $(x-2)^2+(y-3)^2=1$，整理得

$$(1+k^2)x^2-4(1+k)x+7=0.$$

所以 $x_1+x_2=\frac{4(1+k)}{1+k^2}$，$x_1x_2=\frac{7}{1+k^2}$. ……7 分

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}&=x_1x_2+y_1y_2\\&=(1+k^2)x_1x_2+k(x_1+x_2)+1\\&=\frac{4k(1+k)}{1+k^2}+8.\end{aligned}$$

由题设可得 $\frac{4k(1+k)}{1+k^2}+8=12$，解得 $k=1$，所以 l 的方程为 $y=x+1$.

故圆心 C 在 l 上，所以 $|MN|=2$. ……12 分

（21）解:

（Ⅰ）$f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，$f'(x)=2e^{2x}-\frac{a}{x}\ (x>0)$.

当 $a\leqslant 0$ 时，$f'(x)>0$，$f'(x)$ 没有零点;

当 $a>0$ 时，因为 e^{2x} 单调递增，$-\frac{a}{x}$ 单调递增，所以 $f'(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 单调递增. 又 $f'(a)>0$，当 b 满足 $0<b<\frac{a}{4}$ 且 $b<\frac{1}{4}$ 时，$f'(b)<0$，故当 $a>0$ 时，$f'(x)$ 存在唯一零点.

……6 分

（Ⅱ）由（Ⅰ），可设 $f'(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 的唯一零点为 x_0，当 $x\in(0,x_0)$ 时，$f'(x)<0$；当 $x\in(x_0,+\infty)$ 时，$f'(x)>0$.

故 $f(x)$ 在 $(0,x_0)$ 单调递减，在 $(x_0,+\infty)$ 单调递增，所以当 $x=x_0$ 时，$f(x)$ 取得最小值，最小值为 $f(x_0)$.

由于 $2e^{2x_0}-\frac{a}{x_0}=0$，所以 $f(x_0)=\frac{a}{2x_0}+2ax_0+a\ln\frac{2}{a}\geqslant 2a+a\ln\frac{2}{a}$.

故当 $a>0$ 时，$f(x)\geqslant 2a+a\ln\frac{2}{a}$. ……12 分

（22）解：

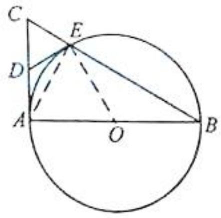
（Ⅰ）连结 AE，由已知得，$AE\perp BC$，$AC\perp AB$.

在 $Rt\triangle AEC$ 中，由已知得，$DE=DC$，故 $\angle DEC=\angle DCE$.

连结 OE，则 $\angle OBE=\angle OEB$.

又 $\angle ACB+\angle ABC=90^\circ$，所以 $\angle DEC+\angle OEB=90^\circ$，

故 $\angle OED=90^\circ$，DE 是⊙O 的切线. ……5分



（Ⅱ）设 $CE=1$，$AE=x$，由已知得 $AB=2\sqrt{3}$，$BE=\sqrt{12-x^2}$.

由射影定理可得，$AE^2=CE\cdot BE$，所以 $x^2=\sqrt{12-x^2}$，即 $x^4+x^2-12=0$.

可得 $x=\sqrt{3}$，所以 $\angle ACB=60^\circ$. ……10分

（23）解：

（Ⅰ）因为 $x=\rho\cos\theta$，$y=\rho\sin\theta$，所以 C_1 的极坐标方程为 $\rho\cos\theta=-2$，

C_2 的极坐标方程为 $\rho^2-2\rho\cos\theta-4\rho\sin\theta+4=0$. ……5分

（Ⅱ）将 $\theta=\frac{\pi}{4}$ 代入 $\rho^2-2\rho\cos\theta-4\rho\sin\theta+4=0$，得 $\rho^2-3\sqrt{2}\rho+4=0$，解得

$\rho_1=2\sqrt{2}$，$\rho_2=\sqrt{2}$. 故 $\rho_1-\rho_2=\sqrt{2}$，即 $|MN|=\sqrt{2}$.

由于 C_2 的半径为1，所以 $\triangle C_2MN$ 的面积为 $\frac{1}{2}$. ……10分

（24）解：

（Ⅰ）当 $a=1$ 时，$f(x)>1$ 化为 $|x+1|-2|x-1|-1>0$.

当 $x\leqslant -1$ 时，不等式化为 $x-4>0$，无解；

当 $-1<x<1$ 时，不等式化为 $3x-2>0$，解得 $\frac{2}{3}<x<1$；

当 $x\geqslant 1$ 时，不等式化为 $-x+2>0$，解得 $1\leqslant x<2$.

所以 $f(x)>1$ 的解集为 $\{x|\frac{2}{3}<x<2\}$. ……5分

（Ⅱ）由题设可得，$f(x)=\begin{cases}x-1-2a, & x<-1,\\ 3x+1-2a, & -1\leqslant x\leqslant a,\\ -x+1+2a, & x>a.\end{cases}$

所以函数 $f(x)$ 的图像与 x 轴围成的三角形的三个顶点分别为 $A(\frac{2a-1}{3},0)$，

$B(2a+1,0)$，$C(a,a+1)$，$\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{2}{3}(a+1)^2$.

由题设得 $\frac{2}{3}(a+1)^2>6$，故 $a>2$.

所以 a 的取值范围为 $(2,+\infty)$. ……10分

（Ⅰ）因为 $x=\rho\cos\theta$，$y=\rho\sin\theta$，所以 C_1 的极坐标方程为 $\rho\cos\theta=-2$，C_2 的极坐标方程为 $\rho^2-2\rho\cos\theta-4\rho\sin\theta+4=0$． ……5 分

（Ⅱ）将 $\theta=\frac{\pi}{4}$ 代入 $\rho^2-2\rho\cos\theta-4\rho\sin\theta+4=0$，得 $\rho^2-3\sqrt{2}\rho+4=0$，解得 $\rho_1=2\sqrt{2}$，$\rho_2=\sqrt{2}$．故 $\rho_1-\rho_2=\sqrt{2}$，即 $|MN|=\sqrt{2}$．

由于 C_2 的半径为 1，所以 $\triangle C_2MN$ 的面积为 $\frac{1}{2}$． ……10 分

（24）解：

（Ⅰ）当 $a=1$ 时，$f(x)>1$ 化为 $|x+1|-2|x-1|-1>0$．

当 $x\leqslant -1$ 时，不等式化为 $x-4>0$，无解；

当 $-1<x<1$ 时，不等式化为 $3x-2>0$，解得 $\frac{2}{3}<x<1$；

当 $x\geqslant 1$ 时，不等式化为 $-x+2>0$，解得 $1\leqslant x<2$．

所以 $f(x)>1$ 的解集为 $\{x|\frac{2}{3}<x<2\}$． ……5 分

（Ⅱ）由题设可得，$f(x)=\begin{cases}x-1-2a, & x<-1,\\ 3x+1-2a, & -1\leqslant x\leqslant a,\\ -x+1+2a, & x>a.\end{cases}$

所以函数 $f(x)$ 的图像与 x 轴围成的三角形的三个顶点分别为 $A(\frac{2a-1}{3},0)$，$B(2a+1,0)$，$C(a,a+1)$，$\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{2}{3}(a+1)^2$．

由题设得 $\frac{2}{3}(a+1)^2>6$，故 $a>2$．

所以 a 的取值范围为 $(2,+\infty)$． ……10 分

B卷选择题答案

一．选择题

（1）D （2）A （3）C （4）A （5）D （6）B

（7）D （8）A （9）C （10）C （11）B （12）A

2015 年普通高等学校夏季招生全国统一考试数学文史类
(全国卷 I 新课标)

第 I 卷

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．

答案：C

解析：由题意可得，$M\cap N=\{-2,\ -1,0\}$．故选 C.

2.

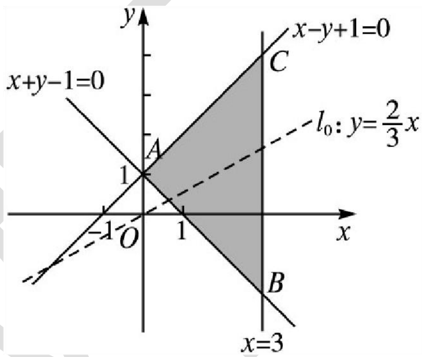
答案：C

解析：$\because \dfrac{2}{1+i}=1-i$，$\therefore \left|\dfrac{2}{1+i}\right|=|1-i|=\sqrt{2}$.

3.

答案：B

解析：如图所示，约束条件所表示的区域为图中的阴影部分，而目标函数可化为 $y=\dfrac{2}{3}x-\dfrac{z}{3}$，先画出 l_0：$y=\dfrac{2}{3}x$，当 z 最小时，直线在 y 轴上的截距最大，故最优点为图中的点 C，由 $\begin{cases}x=3,\\ x-y+1=0,\end{cases}$ 可得 $C(3,4)$，代入目标函数得，$z_{\min}=2\times3-3\times4=-6$.



4.

答案：B

解析：$A=\pi-(B+C)=\pi-\left(\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{7\pi}{12}$，

由正弦定理得 $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}$，

则 $a=\dfrac{b\sin A}{\sin B}=\dfrac{2\sin\dfrac{7\pi}{12}}{\sin\dfrac{\pi}{6}}=\sqrt{6}+\sqrt{2}$，

$\therefore S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}ab\sin C=\dfrac{1}{2}\times2\times(\sqrt{6}+\sqrt{2})\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{3}+1$.

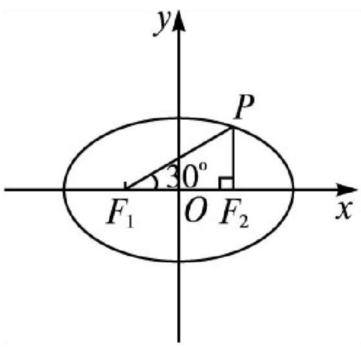
5.

答案：D

解析：如图所示，在 Rt$\triangle PF_1F_2$ 中，$|F_1F_2|=2c$，

设 $|PF_2|=x$，则 $|PF_1|=2x$，

由 $\tan 30°=\dfrac{|PF_2|}{|F_1F_2|}=\dfrac{x}{2c}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，得 $x=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}c$.



而由椭圆定义得，$|PF_1|+|PF_2|=2a=3x$，

$\therefore a=\dfrac{3}{2}x=\sqrt{3}c$，$\therefore e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{c}{\sqrt{3}c}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

6.

答案：A

解析：由半角公式可得，$\cos^2\left(\alpha+\dfrac{\pi}{4}\right)$

$=\dfrac{1+\cos\left(2\alpha+\dfrac{\pi}{2}\right)}{2}=\dfrac{1-\sin 2\alpha}{2}=\dfrac{1-\dfrac{2}{3}}{2}=\dfrac{1}{6}$.

7.

答案：B

解析：由程序框图依次可得，输入 $N=4$，

$T=1$，$S=1$，$k=2$；

$T=\frac{1}{2}$， $S=1+\frac{1}{2}$，k=3；

$T=\frac{1}{3\times2}$，S=$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3\times2}$，$k$=4；

$T=\frac{1}{4\times3\times2}$， $S=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3\times2}+\frac{1}{4\times3\times2}$，$k$=5；

输出 $S=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3\times2}+\frac{1}{4\times3\times2}$.

8.

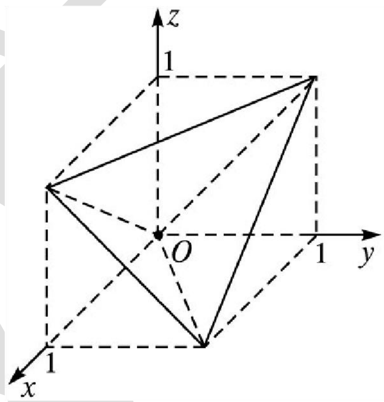
答案：D

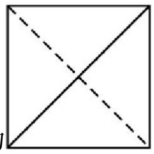
解析：∵$\log_2 5>\log_2 3>1$，∴$\log_2 3>1>\frac{1}{\log_2 3}>\frac{1}{\log_2 5}>0$，即 $\log_2 3>1>\log_3 2>\log_5 2>0$，∴$c>a>b$.

9.

答案：A

解析：如图所示，该四面体在空间直角坐标系 $O-xyz$ 的图像为下图：



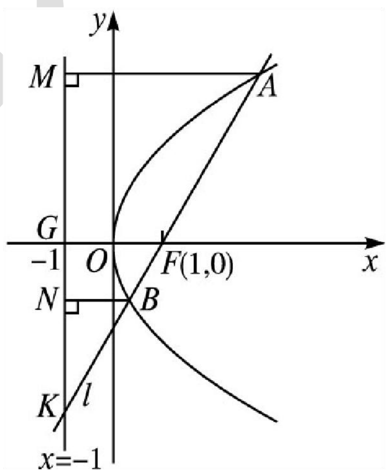
则它在平面 zOx 的投影即正视图为，故选 A.

10.

答案：C

解析：由题意可得抛物线焦点 $F(1,0)$，准线方程为 $x=-1$.

当直线 l 的斜率大于 0 时，如图所示，过 A，B 两点分别向准线 $x=-1$ 作垂线，垂足分别为 M，N，则由抛物线定义可得，$|AM|=|AF|$，$|BN|=|BF|$.



设$|AM|=|AF|=3t(t>0)$，$|BN|=|BF|=t$，$|BK|=x$，而$|GF|=2$，

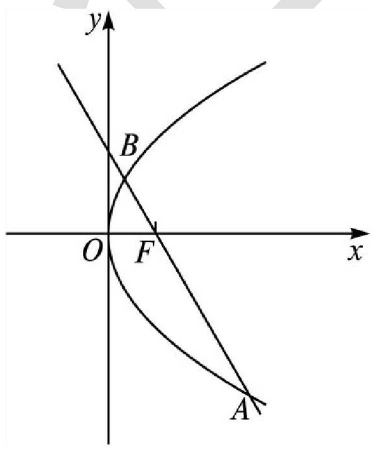
在△AMK中，由$\frac{|NB|}{|AM|}=\frac{|BK|}{|AK|}$，得$\frac{t}{3t}=\frac{x}{x+4t}$，

解得 $x=2t$，则 $\cos\angle NBK=\frac{|NB|}{|BK|}=\frac{t}{x}=\frac{1}{2}$，

∴$\angle NBK=60°$，则$\angle GFK=60°$，即直线 AB 的倾斜角为 60°.

∴斜率 $k=\tan 60°=\sqrt{3}$，故直线方程为 $y=\sqrt{3}(x-1)$.

当直线 l 的斜率小于 0 时，如图所示，同理可得直线方程为 $y=-\sqrt{3}(x-1)$，故选 C.



11.

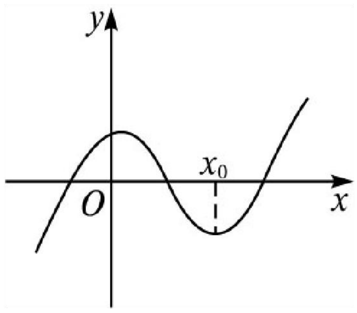
答案：C

解析：若 x_0 是 $f(x)$ 的极小值点，则 $y=f(x)$ 的图像大致如下图所示，则在 $(-\infty, x_0)$ 上不单调，故 C 不正确.

12.

答案：D

解析：由题意可得，$a > x-\left(\frac{1}{2}\right)^x$（$x>0$）.



令 $f(x)=x-\left(\frac{1}{2}\right)^x$，该函数在 $(0,+\infty)$ 上为增函数，可知 $f(x)$ 的值域为 $(-1,+\infty)$，故 $a>-1$ 时，存在正数 x 使原不等式成立.

第 II 卷

本卷包括必考题和选考题两部分。第 13 题～第 21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22 题～第 24 题为选考题，考生根据要求作答。

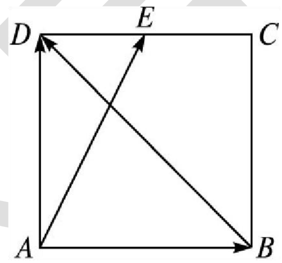
二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分.

13．**答案**：0.2

解析：该事件基本事件空间 $\Omega=\{(1,2)，(1,3)，(1,4)，(1,5)，(2,3)，(2,4)，(2,5)，(3,4)，(3,5)，(4,5)\}$ 共有 10 个，记 A=“其和为 5”$=\{(1,4)，(2,3)\}$ 有 2 个，$\therefore P(A)=\frac{2}{10}=0.2$.

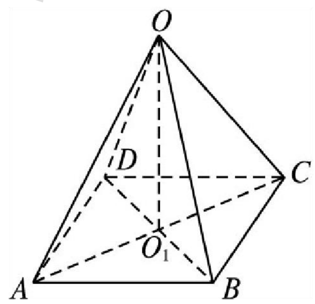
14．**答案**：2

解析：以 $\left\{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right\}$ 为基底，则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=0$，



而 $\overrightarrow{AE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$，$\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}$，

∴



$\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{BD}=(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})\cdot(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB})=-\frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB}\right|^2+\left|\overrightarrow{AD}\right|^2=-\frac{1}{2}\times 2^2+2^2=2$.

15．**答案**：24π

解析：如图所示，在正四棱锥 $O-ABCD$ 中，$V_{O-ABCD}=\frac{1}{3}\times S_{正方形ABCD}\cdot|OO_1|=\frac{1}{3}\times(\sqrt{3})^2\times|OO_1|=\frac{3\sqrt{2}}{2}$，

$\therefore |OO_1|=\frac{3\sqrt{2}}{2}$，$|AO_1|=\frac{\sqrt{6}}{2}$，

在 Rt△OO_1A 中，$OA=\sqrt{|OO_1|^2+|AO_1|^2}=\sqrt{\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^2}=\sqrt{6}$，即 $R=\sqrt{6}$，

$\therefore S_{球}=4\pi R^2=24\pi$.

16．答案：$\dfrac{5\pi}{6}$

解析：$y=\cos(2x+\phi)$ 向右平移 $\dfrac{\pi}{2}$ 个单位得，$y=\cos\left[2\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right)+\varphi\right]=\cos(2x-\pi+\phi)=\sin\left(2x-\pi+\varphi+\dfrac{\pi}{2}\right)=\sin\left(2x+\varphi-\dfrac{\pi}{2}\right)$，而它与函数 $y=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$ 的图像重合，令 $2x+\phi-\dfrac{\pi}{2}=2x+\dfrac{\pi}{3}+2k\pi$，$k\in Z$，

得 $\varphi=\dfrac{5\pi}{6}+2k\pi$，$k\in Z$.

又 $-\pi\leqslant\phi<\pi$，$\therefore \varphi=\dfrac{5\pi}{6}$.

三、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17.

解：(1)设 $\{a_n\}$ 的公差为 d.

由题意，$a_{11}^{\ 2}=a_1a_{13}$，

即 $(a_1+10d)^2=a_1(a_1+12d)$.

于是 $d(2a_1+25d)=0$.

又 $a_1=25$，所以 $d=0$（舍去），$d=-2$.

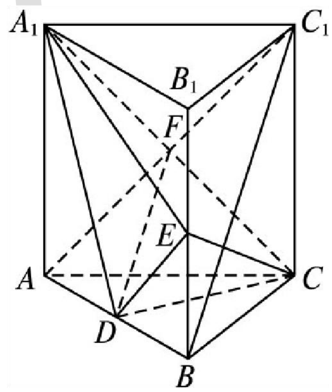
故 $a_n=-2n+27$.

(2)令 $S_n=a_1+a_4+a_7+\cdots+a_{3n-2}$.

由(1)知 $a_{3n-2}=-6n+31$，故 $\{a_{3n-2}\}$ 是首项为 25，公差为 -6 的等差数列.

从而 $S_n=\dfrac{n}{2}(a_1+a_{3n-2})=\dfrac{n}{2}(-6n+56)=-3n^2+28n$.

18.



(1)证明：BC_1∥平面 A_1CD；

(2)设 $AA_1=AC=CB=2$，$AB=2\sqrt{2}$，求三棱锥 $C-A_1DE$ 的体积.

解：(1)连结 AC_1 交 A_1C 于点 F，则 F 为 AC_1 中点.

又 D 是 AB 中点，连结 DF，则 BC_1∥DF.

因为 $DF\subset$ 平面 A_1CD，$BC_1\not\subset$ 平面 A_1CD，

所以 BC_1∥平面 A_1CD.

(2)因为 $ABC-A_1B_1C_1$ 是直三棱柱，所以 $AA_1\perp CD$.

由已知 $AC=CB$，D 为 AB 的中点，所以 $CD\perp AB$.

又 $AA_1\cap AB=A$，于是 $CD\perp$ 平面 ABB_1A_1.

由 $AA_1=AC=CB=2$，$AB=2\sqrt{2}$ 得 $\angle ACB=90°$，$CD=\sqrt{2}$，$A_1D=\sqrt{6}$，$DE=\sqrt{3}$，$A_1E=3$，

故 $A_1D^2+DE^2=A_1E^2$，即 $DE\perp A_1D$.

所以 $V_{C-A_1DE}=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}\times\sqrt{6}\times\sqrt{3}\times\sqrt{2}=1$.

19.

解：(1)当 $X\in[100,130)$ 时，$T=500X-300(130-X)=800X-39\ 000$.

当 $X\in[130,150]$ 时，$T=500\times130=65\ 000$.

所以 $T=\begin{cases}800X-39000, 100\le X<130,\\ 65000, 130\le X\le150.\end{cases}$

(2)由(1)知利润 T 不少于 57 000 元当且仅当 $120\leqslant X\leqslant150$.

由直方图知需求量 $X\in[120,150]$ 的频率为 0.7，所以下一个销售季度内的利润 T 不少于 57 000 元的概率的估计值为 0.7.

20.

解：(1)设 $P(x,y)$，圆 P 的半径为 r.

由题设 $y^2+2=r^2$，$x^2+3=r^2$.

从而 $y^2+2=x^2+3$.

故 P 点的轨迹方程为 $y^2-x^2=1$.

(2)设 $P(x_0，y_0)$．由已知得 $\frac{|x_0-y_0|}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

又 P 点在双曲线 $y^2-x^2=1$ 上，

从而得 $\begin{cases}|x_0-y_0|=1,\\ y_1^{\ 2}-x_0^{\ 2}=1.\end{cases}$

由 $\begin{cases}x_0-y_0=1,\\ y_0^{\ 2}-x_0^{\ 2}=1\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x_0=0,\\ y_0=-1.\end{cases}$

此时，圆 P 的半径 $r=\sqrt{3}$.

由 $\begin{cases}x_0-y_0=-1,\\ y_0^{\ 2}-x_0^{\ 2}=1\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x_0=0,\\ y_0=1.\end{cases}$

此时，圆 P 的半径 $r=\sqrt{3}$.

故圆 P 的方程为 $x^2+(y-1)^2=3$ 或 $x^2+(y+1)^2=3$.

21．

解：(1) $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty，+\infty)$，

$f'(x)=-e^{-x}x(x-2)$．①

当 $x\in(-\infty，0)$ 或 $x\in(2，+\infty)$ 时，$f'(x)<0$；

当 $x\in(0,2)$ 时，$f'(x)>0$.

所以 $f(x)$ 在 $(-\infty，0)$，$(2，+\infty)$ 单调递减，在 $(0,2)$ 单调递增.

故当 $x=0$ 时，$f(x)$ 取得极小值，极小值为 $f(0)=0$；

当 $x=2$ 时，$f(x)$ 取得极大值，极大值为 $f(2)=4e^{-2}$.

(2)设切点为 $(t，f(t))$，

则 l 的方程为 $y=f'(t)(x-t)+f(t)$.

所以 l 在 x 轴上的截距为 $m(t)=t-\frac{f(t)}{f'(t)}=t+\frac{t}{t-2}=t-2+\frac{2}{t-2}+3$.

由已知和①得 $t\in(-\infty，0)\cup(2，+\infty)$.

令 $h(x)=x+\frac{2}{x}$ $(x\neq0)$，则当 $x\in(0，+\infty)$ 时，$h(x)$ 的取值范围为 $[2\sqrt{2}，+\infty)$；

当 $x\in(-\infty，-2)$ 时，$h(x)$ 的取值范围是 $(-\infty，-3)$.

所以当 $t\in(-\infty，0)\cup(2，+\infty)$ 时，$m(t)$ 的取值范围是 $(-\infty，0)\cup[2\sqrt{2}+3，+\infty)$.

综上，l 在 x 轴上的截距的取值范围是 $(-\infty，0)\cup[2\sqrt{2}+3，+\infty)$.

请从下面所给的 22、23、24 三题中选定一题作答，并用 2B 铅笔在答题卡上将所选题目对应的题号方框涂黑，按所涂题号进行评分；不涂、多涂均按所答第一题评分；多答按所答第一题评分.

22．

解：(1)因为 CD 为△ABC 外接圆的切线，

所以∠DCB=∠A.

由题设知 $\frac{BC}{FA}=\frac{DC}{EA}$，

故△CDB∽△AEF，所以∠DBC=∠EFA.

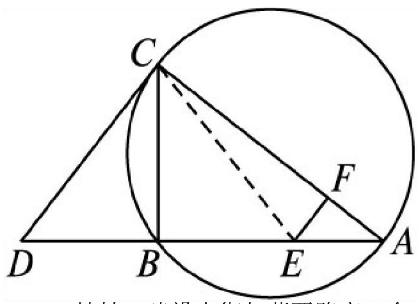
因为 B，E，F，C 四点共圆，

所以∠CFE=∠DBC，故∠EFA=∠CFE=90°.

所以∠CBA=90°，

因此 CA 是△ABC 外接圆的直径.

(2)连结 CE，因为∠CBE=90°，



所以过 B，E，F，C 四点的圆的直径为 CE，

由 $DB=BE$，有 $CE=DC$，又 $BC^2=DB\cdot BA=2DB^2$，所以 $CA^2=4DB^2+BC^2=6DB^2$.

而 $DC^2=DB\cdot DA=3DB^2$，故过 B，E，F，C 四点的圆的面积与△ABC 外接圆面积的比值为 $\frac{1}{2}$.

23.

解：(1)依题意有 $P(2\cos\alpha,2\sin\alpha)$，$Q(2\cos 2\alpha,2\sin 2\alpha)$，

因此 $M(\cos\alpha+\cos 2\alpha,\sin\alpha+\sin 2\alpha)$.

M 的轨迹的参数方程为 $\begin{cases}x=\cos\alpha+\cos 2\alpha,\\ y=\sin\alpha+\sin 2\alpha,\end{cases}$（$\alpha$ 为参数，$0<\alpha<2\pi$）.

(2) M 点到坐标原点的距离

$d=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{2+2\cos\alpha}$ $(0<\alpha<2\pi)$.

当 $\alpha=\pi$ 时，$d=0$，故 M 的轨迹过坐标原点.

24.

解：(1)由 $a^2+b^2\geqslant 2ab$，$b^2+c^2\geqslant 2bc$，$c^2+a^2\geqslant 2ca$，

得 $a^2+b^2+c^2\geqslant ab+bc+ca$.

由题设得 $(a+b+c)^2=1$，即 $a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca=1$.

所以 $3(ab+bc+ca)\leqslant 1$，即 $ab+bc+ca\leqslant\frac{1}{3}$.

(2)因为 $\frac{a^2}{b}+b\geq 2a$，$\frac{b^2}{c}+c\geq 2b$，$\frac{c^2}{a}+a\geq 2c$，

故 $\frac{a^2}{b}+\frac{b^2}{c}+\frac{c^2}{a}+(a+b+c)\geqslant 2(a+b+c)$，

即 $\frac{a^2}{b}+\frac{b^2}{c}+\frac{c^2}{a}\geqslant a+b+c$.

所以 $\frac{a^2}{b}+\frac{b^2}{c}+\frac{c^2}{a}\geqslant 1$.