绝密★启封并使用完毕前

试题类型：A

2015年普通高等学校招生全国统一考试

理科数学

注意事项：

1.本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分。第Ⅰ卷1至3页，第Ⅱ卷3至5页。

2.答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在本试题相应的位置。

3.全部答案在答题卡上完成，答在本试题上无效。

4.考试结束后，将本试题和答题卡一并交回。

第Ⅰ卷

一. 选择题：本大题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

（1）设复数z满足$\frac{1+z}{1-z}$=i，则|z|=

（A）1　（B）$\sqrt{2}$　（C）$\sqrt{3}$　（D）2

（2）sin20°cos10°－con160°sin10°＝

（A）$-\frac{\sqrt{3}}{2}$　（B）$\frac{\sqrt{3}}{2}$　（C）$-\frac{1}{2}$　（D）$\frac{1}{2}$

（3）设命题P：∃n∈N，$n^2>2^n$，则¬P为

（A）∀n∈N，$n^2>2^n$　（B）∃ n∈N，$n^2\leqslant 2^n$

（C）∀n∈N，$n^2\leqslant 2^n$　（D）∃ n∈N，$n^2=2^n$

（4）投篮测试中，每人投3次，至少投中2次才能通过测试。已知某同学每次投篮投中的概率为0.6，且各次投篮是否投中相互独立，则该同学通过测试的概率为

（A）0.648　（B）0.432　（C）0.36　（D）0.312

（5）已知$M(x_0,y_0)$是双曲线$C:\frac{x^2}{2}-y^2=1$上的一点，F_1,F_2是C上的两个焦点，若$\overrightarrow{MF_1}\bullet\overrightarrow{MF_2}<0$，则$y_0$的取值范围是

（A）（$-\frac{\sqrt{3}}{3}$，$\frac{\sqrt{3}}{3}$）　　（B）（$-\frac{\sqrt{3}}{6}$，$\frac{\sqrt{3}}{6}$）

（C）（$-\frac{2\sqrt{2}}{3}$，$\frac{2\sqrt{2}}{3}$）　　（D）（$-\frac{2\sqrt{3}}{3}$，$\frac{2\sqrt{3}}{3}$）

（6）《九章算术》是我国古代内容极为丰富的数学名著，书中有如下问题:“今有委米依垣内角，下周八尺，高五尺。问:积及为米几何?”其意思为:“在屋内墙角处堆放米(如图，米堆为一个圆锥的四分之一)，米堆底部的弧长为 8 尺，米堆的高为 5 尺，问米堆的体积和堆放的米各为多少?”已知 1 斛米的体积约为 1.62 立方尺，圆周率约为 3，估算出堆放解的米约有

A. 14 斛　　B. 22 斛　　C. 36 斛　　D. 66 斛

（7）设 D 为△ABC 所在平面内一点 $\overrightarrow{BC}=3\overrightarrow{CD}$，则

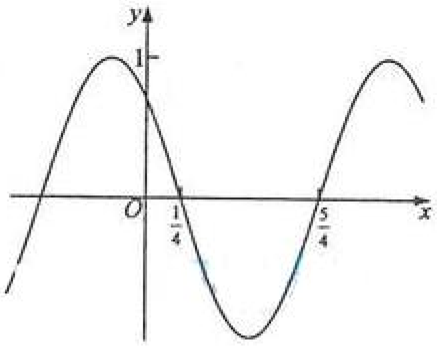
（A）$\overrightarrow{AD}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$　　(B)　$\overrightarrow{AD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$

（C）$\overrightarrow{AD}=\frac{4}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$　　(D)　$\overrightarrow{AD}=\frac{4}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

（8）函数 $f(x)=\cos(\omega x+\varphi)$ 的部分图像如图所示，则 $f(x)$ 的单调递减区间为

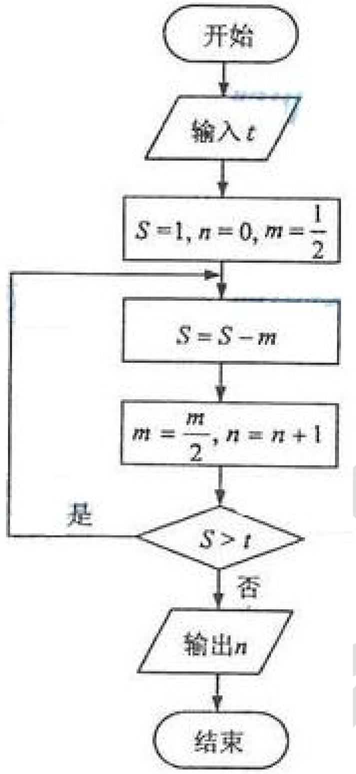
(A) $(k\pi-\frac{1}{4},k\pi+\frac{3}{4}),k\in Z$　　(B)　$(2k\pi-\frac{1}{4},2k\pi+\frac{3}{4}),k\in Z$

(C)　$(k-\frac{1}{4},k+\frac{3}{4}),k\in Z$　　(D)　$(2k-\frac{1}{4},2k+\frac{3}{4}),k\in Z$



（9）执行右面的程序框图，如果输入的 t=0.01，则输出的 n=

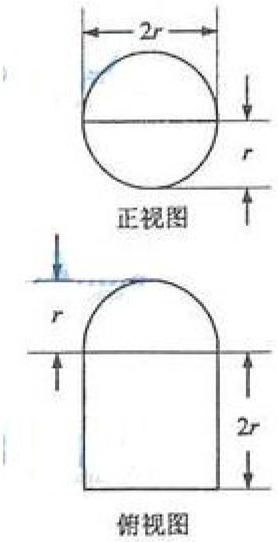
（A）5　　（B）6　（C）7　（D）8



（10）$(x^2+x+y)^5$ 的展开式中，x^5y^2 的系数为

（A）10　　（B）20　　（C）30　　（D）60

（11）圆柱被一个平面截去一部分后与半球（半径为 r）组成一个几何体，该几何体三视图中的正视图和俯视图如图所示。若该几何体的表面积为 16 + 20π，则 r =



（A）1　　（B）2　　（C）4　　（D）8

12. 设函数 $f(x)=e^{x}(2x-1)-ax+a$，其中 $a<1$，若存在唯一的整数 x_0，使得 $f(x_0)<0$，则 a 的取值范围是（　）

A. $[-\frac{3}{2e},1)$　B. $[-\frac{3}{2e},\frac{3}{4})$　C. $[\frac{3}{2e},\frac{3}{4})$　D. $[\frac{3}{2e},1)$

第 II 卷

本卷包括必考题和选考题两部分。第（13）题~第（21）题为必考题，每个试题考生都必须作答。第（22）题~第（24）题未选考题，考生根据要求作答。

二、填空题：本大题共 3 小题，每小题 5 分

（13）若函数 $f(x)=x\ln(x+\sqrt{a+x^2})$ 为偶函数，则 $a=$______

（14）一个圆经过椭圆 $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$ 的三个顶点，且圆心在 x 轴上，则该圆的标准方程为____。

（15）若 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x-1\geq 0,\\ x-y\leq 0,\\ x+y-4\leq 0,\end{cases}$ 则 $\frac{y}{x}$ 的最大值为________.

（16）在平面四边形 $ABCD$ 中，∠A=∠B=∠C=75°，BC=2，则 AB 的取值范围是________

三. 解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

（17）（本小题满分 12 分）

S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和. 已知 $a_n>0, a_n{}^2+2a_n=4S_n+3$，

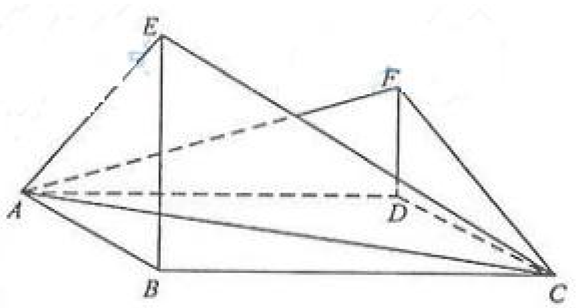
（Ⅰ）求 $\{a_n\}$ 的通项公式：

（Ⅱ）设 $b_n=\dfrac{1}{a_na_{n+1}}$ ，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和。

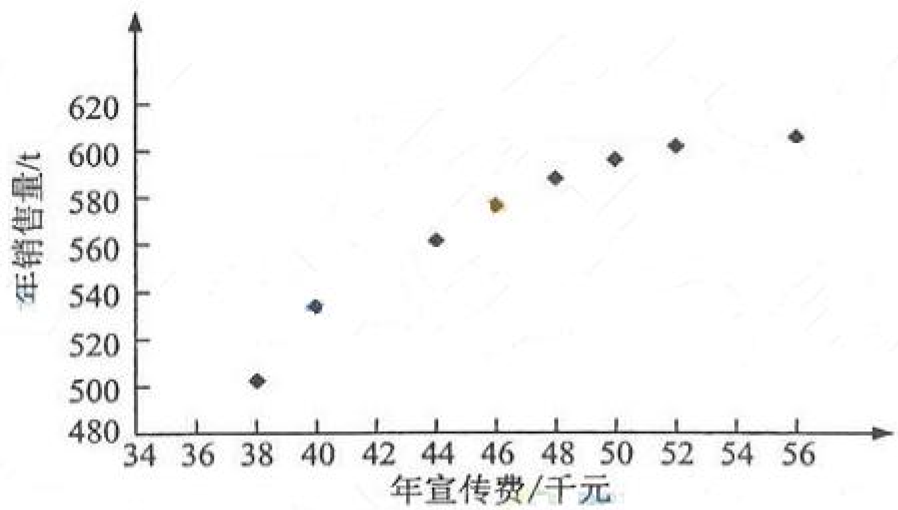
（18）如图，四边形 ABCD 为菱形，∠ABC=120°，E，F 是平面 ABCD 同一侧的两点，BE⊥平面 ABCD，DF⊥平面 ABCD，BE=2DF，AE⊥EC。

（1）证明：平面 AEC⊥平面 AFC

（2）求直线 AE 与直线 CF 所成角的余弦值



（19）某公司为确定下一年度投入某种产品的宣传费，需了解年宣传费 x（单位：千元）对年销售量 y（单位：t）和年利润 z（单位：千元）的影响，对近 8 年的年宣传费 x_i 和年销售量 $y_i(i=1,2,...,8)$ 数据作了初步处理，得到下面的散点图及一些统计量的值。



$\overrightarrow{x}$	$\overrightarrow{y}$	$\overrightarrow{w}$	$\sum_{i=1}^{8}(x_i-\overline{x})^2$	$\sum_{i=1}^{8}(w_i-\overline{w})^2$	$\sum_{i=1}^{8}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})$	$\sum_{i=1}^{8}(w_i-\overline{w})(y_i-\overline{y})$

46.6	563	6.8	289.8	1.6	1469	108.8

表中 $w_i=\sqrt{x_i}$ ，$\overline{w}=\sum_{i=1}^{8} w_i$

（Ⅰ）根据散点图判断，$y=a+bx$ 与 $y=c+d\sqrt{x}$ 哪一个适宜作为年销售量 y 关于年宣传费 x 的回归方程类型？

（给出判断即可，不必说明理由）

（Ⅱ）根据（Ⅰ）的判断结果及表中数据，建立 y 关于 x 的回归方程；

（Ⅲ）已知这种产品的年利率 z 与 x、y 的关系为 $z=0.2y-x$。根据（Ⅱ）的结果回答下列问题：

（i） 年宣传费 x=49 时，年销售量及年利润的预报值是多少？

（ii）年宣传费 x 为何值时，年利润的预报值最大？

附：对于一组数据 $(u_1,v_1),(u_2,v_2),\ldots,(u_n,v_n)$，其回归直线 $v=\alpha+\beta u$ 的斜率和截距的最小二乘估计分别为：

$$\hat{\beta}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(u_i-\overline{u})(v_i-\overline{v})}{\sum_{i=1}^{n}(u_i-\overline{u})^2},\hat{\alpha}=\overline{v}-\hat{\beta}\,\overline{u}$$

（20）（本小题满分 12 分）

在直角坐标系 xOy 中，曲线 $C:y=\frac{x^2}{4}$ 与直线 $l:y=kx+a(a>0)$ 交与 M,N 两点，

（Ⅰ）当 $k=0$ 时，分别求 C 在点 M 和 N 处的切线方程；

（Ⅱ）y 轴上是否存在点 P，使得当 k 变动时，总有∠OPM=∠OPN？说明理由。

（21）（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=x^3+ax+\frac{1}{4},g(x)=-\ln x$

（Ⅰ）当 a 为何值时，x 轴为曲线 $y=f(x)$ 的切线；

（Ⅱ）用 $\min\{m,n\}$ 表示 m，n 中的最小值，设函数 $h(x)=\min\{f(x),g(x)\}(x>0)$，讨论 h（x）零点的个数

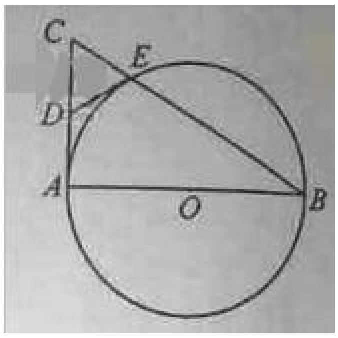
请考生在（22）、（23）、（24）三题中任选一题作答，如果多做，则按所做第一个题目计分，做答时，请用 2B 铅笔在答题卡上将所选题号后的方框涂黑。

（22）（本题满分 10 分）选修 4-1：几何证明选讲

如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，AC 是 $\odot O$ 的切线，BC 交 $\odot O$ 于 E

（I）　若 D 为 AC 的中点，证明：DE 是 $\odot O$ 的切线；

（II）若 $OA=\sqrt{3}CE$，求∠ACB 的大小.



（23）（本小题满分 10 分）选修 4-4：坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中。直线 C_1：　$x=-2$，圆 C_2：$(x-1)^2+(y-2)^2=1$，以坐标原点为极点，　x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系。

（I）求 C_1，C_2 的极坐标方程；

（II）　若直线 C_3 的极坐标方程为 $\theta=\frac{\pi}{4}(\rho\in R)$，设 C_2 与 C_3 的交点为 M，N，求 $\triangle C_2MN$ 的面积

（24）（本小题满分 10 分）选修 4—5：不等式选讲

已知函数 $f(x)=|x+1|-2|x-a|,a>0$.

（Ⅰ）当 $a=1$ 时，求不等式 $f(x)>1$ 的解集；

（Ⅱ）若 $f(x)$ 的图像与 x 轴围成的三角形面积大于 6，求 a 的取值范围

参考答案

一．选择题

（1）A　（2）D　（3）C　（4）A　（5）A　（6）B

（7）A　（8）D　（9）C　（10）C　（11）B　（12）D

二．填空题

（13）1　（14）$(x-\frac{3}{2})^2+y^2=\frac{25}{4}$　（15）3　（16）$(\sqrt{6}-\sqrt{2},\sqrt{6}+\sqrt{2})$

三．解答题

（17）解：

（Ⅰ）由 $a_n^2+2a_n=4S_n+3$，可知 $a_{n+1}^2+2a_{n+1}=4S_{n+1}+3$

可得 $a_{n+1}^2-a_n^2+2(a_{n+1}-a_n)=4a_{n+1}$，即

$2(a_{n+1}+a_n)=a_{n+1}^2-a_n^2=(a_{n+1}+a_n)(a_{n+1}-a_n)$

由于 $a_n>0$，可得 $a_{n+1}-a_n=2$

又 $a_1^2+2a_1=4a_1+3$，解得 $a_1=-1$（舍去），$a_1=3$

所以 $\{a_n\}$ 是首项为 3，公差为 2 的等差数列，通项公式为 $a_n=2n+1$…………………6 分

（Ⅱ）由 $a_n=2n+1$ 可知

$$b_n=\frac{1}{a_na_{n+1}}=\frac{1}{(2n+1)(2n+3)}=\frac{1}{2}(\frac{1}{2n+1}-\frac{1}{2n+3})$$

设数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n，则

$$T_n=b_1+b_2+...+b_n$$

$$=\frac{1}{2}[(\frac{1}{3}-\frac{1}{5})+(\frac{1}{5}-\frac{1}{7})+...+(\frac{1}{2n+1}-\frac{1}{2n+3})]$$

$$=\frac{n}{3(2n+3)}$$ ……………………………………………………………………12 分

（18）解：

（Ⅰ）连结 BD，设 $BD\cap AC=G$，连结 EG,FG,EF

在菱形 $ABCD$ 中，不妨设 $GB=1$，由 $\angle ABC=120^\circ$，可得 $AG=GC=\sqrt{3}$

由 $BE\perp$ 平面 $ABCD$， $AB=BC$，可知 $AE=EC$，又 $AE\perp EC$，所以 $EG=\sqrt{3}$，且 $EG\perp AC$

在 $Rt\triangle EBG$ 中，可得 $BE=\sqrt{2}$，故 $DF=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

在 $Rt\triangle FDG$ 中，可得 $FG=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$，

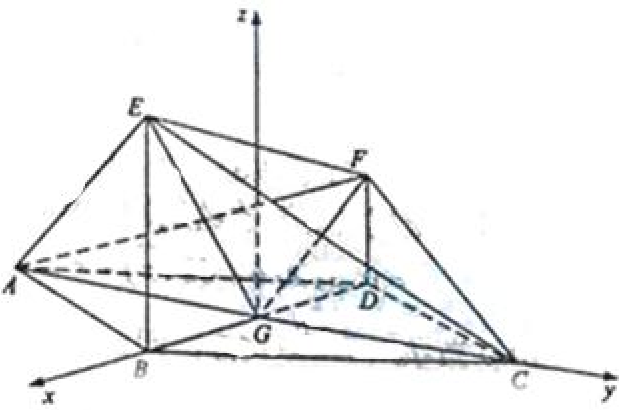
在直角梯形 $BDFE$ 中，由 $BD=2,BE=\sqrt{2},DF=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，可得 $EF=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

从而 $EG^2+FG^2=EF^2$，所以 $EG\perp FG$

又 $AC\cap FG=G$，可得 $EG\perp$ 平面 AFC

因为 $EG\subset$ 平面 AEC，所以平面 $AEC\perp$ 平面 AFC ……………………………6 分

（Ⅱ）如图，以 G 为坐标原点，分别以 $\overrightarrow{GB},\overrightarrow{GC}$ 的方向为 x 轴， y 轴正方向，$|\overrightarrow{GB}|$ 为单位长，建立空间直角坐标系 $G-xyz$，由（Ⅰ）可得 $A(0,-\sqrt{3},0)$，$E(1,0,\sqrt{2})$， $F(-1,0,\dfrac{\sqrt{2}}{2})$， $C(0,\sqrt{3},0)$，所以



$\overrightarrow{AE}=(1,\sqrt{3},\sqrt{2}),\overrightarrow{CF}=(-1,-\sqrt{3},\dfrac{\sqrt{2}}{2})$ ……………………………………10 分

故 $\cos<\overrightarrow{AE},\overrightarrow{CF}>=\dfrac{\overrightarrow{AE}\bullet\overrightarrow{CF}}{|\overrightarrow{AE}||\overrightarrow{CF}|}=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

所以直线 AE 与直线 CF 所成角的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ ……………………………12 分

（19）解：

（Ⅰ）由散点图可以判断，$y=c+d\sqrt{x}$ 适宜作为年销售量 y 关于年宣传费 x 的回归方程类型………………2

分

（Ⅱ）令 $w=\sqrt{x}$，先建立 y 关于 w 的线性回归方程，由于

$$\hat{d}=\frac{\sum_{i=1}^{8}(w_i-\overline{w})(y_i-\overline{y})}{\sum_{i=1}^{8}(w_i-\overline{w})^2}=\frac{108.8}{1.6}=68$$

$$\hat{c}=\overline{y}-\hat{d}\,\overline{w}=563-68\times 6.8=100.6$$

所以 y 关于 w 的线性回归方程为 $\hat{y}=100.6+68w$，因此 y 关于 x 的线性回归方程 $\hat{y}=100.6+68\sqrt{x}$ ……………………………………………6 分

（Ⅲ）（ⅰ）由（Ⅱ）知，当 $x=49$ 时，年销售量 y 的预报值

$$\hat{y}=100.6+68\sqrt{49}=576.6$$

年利润 z 的预报值

$$\hat{z}=576.6\times 0.2-49=66.32$$ ……………………………………9 分

（ⅱ）根据（Ⅱ）的结果知，年利润 z 的预报值

$$\hat{z}=0.2(100.6+68\sqrt{x})-x=-x+13.6\sqrt{x}+20.12$$

所以，当 $\sqrt{x}=\frac{13.6}{2}=6.8$，即 $x=46.24$ 时，$\hat{z}$ 取得最大值，

故年宣传费为 46.24 千元时，年利润的预报值最大……………12 分

（20）解：

（Ⅰ）由题设可得 $M(2\sqrt{a},a),N(-2\sqrt{a},a)$，或 $M(-2\sqrt{a},a),N(2\sqrt{a},a)$

又 $y'=\frac{x}{2}$，故 $y=\frac{x^2}{4}$ 在 $x=2\sqrt{a}$ 处的导数值为 $\sqrt{a}$，C 在点 $(2\sqrt{a},a)$ 处的切线方程为 $y-a=\sqrt{a}(x-2\sqrt{a})$，即 $\sqrt{a}x-y-a=0$

$y=\frac{x^2}{4}$ 在 $x=2\sqrt{a}$ 处的导数值为 $-\sqrt{a}$，C 在点 $(-2\sqrt{a},a)$ 处的切线方程为 $y-a=-\sqrt{a}(x+2\sqrt{a})$，即 $\sqrt{a}x+y+a=0$

故所求切线方程为$\sqrt{a}x-y-a=0$和$\sqrt{a}x+y+a=0$…………………5 分

（Ⅱ）存在符合题意的点，证明如下：

设$P(0,b)$为符合题意的点，$M(x_1,y_1),N(x_2,y_2)$，直线PM,PN的斜率分别为k_1,k_2

将$y=kx+a$代入C的方程得$x^2-4kx-4a=0$

故$x_1+x_2=4k,x_1x_2=-4a$

从而$k_1+k_2=\dfrac{y_1-b}{x_1}+\dfrac{y_2-b}{x_2}$

$$=\frac{2kx_1x_2+(a-b)(x_1+x_2)}{x_1x_2}$$

$$=\frac{k(a+b)}{a}$$

当$b=-a$时，有$k_1+k_2=0$，则直线 PM 的倾角与直线 PN 的倾角互补，故$\angle OPM=\angle OPN$，所以点$P(0,-a)$符合题意…………………………12 分

（21）解：

（Ⅰ）设曲线$y=f(x)$与x轴相切于点$(x_0,0)$，则$f(x_0)=0,f'(x_0)=0$，即

$$\begin{cases}x_0^3+ax_0+\dfrac{1}{4}=0,\\3x_0^2+a=0.\end{cases}$$

解得$x_0=\dfrac{1}{2},a=-\dfrac{3}{4}$

因此，当$a=-\dfrac{3}{4}$时，x轴为曲线$y=f(x)$的切线…………………………5 分

（Ⅱ）当$x\in(1,+\infty)$时，$g(x)=-\ln x<0$，从而$h(x)=\min\{f(x),g(x)\}\le g(x)<0$，

故$h(x)$在$(1,+\infty)$无零点

当$x=1$时，若$a\ge-\dfrac{5}{4}$，则$f(1)=a+\dfrac{5}{4}\ge0,h(1)=\min\{f(1),g(1)\}=g(1)=0$，故$x=1$是$h(x)$的零点；若$a<-\dfrac{5}{4}$，则$f(1)=<0,h(1)=\min\{f(1),g(1)\}=f(1)<0$，故$x=1$不是$h(x)$的零点。

当$x\in(0,1)$时，$g(x)=-\ln x>0$。所以只需考虑$f(x)$在$(0,1)$的零点个数。

（ⅰ）若 $a\le -3$ 或 $a\ge 0$，则 $f'(x)=3x^2+a$ 在（0，1）无零点，故 $f(x)$ 在（0，1）单调，而 $f(0)=\frac{1}{4},f(1)=a+\frac{5}{4}$，所以，当 $a\le -3$ 时，$f(x)$ 在（0，1）有一个零点；当 $a\ge 0$ 时，$f(x)$ 在（0，1）没有零点。

（ⅱ）若 $-3<a<0$，则 $f(x)$ 在 $(0,\sqrt{-\frac{a}{3}})$ 单调递减，在 $(\sqrt{-\frac{a}{3}},1)$ 单调递增，故在（0，1）中，当 $x=\sqrt{-\frac{a}{3}}$ 时，$f(x)$ 取得最小值，最小值为 $f(\sqrt{-\frac{a}{3}})=\frac{2a}{3}\sqrt{-\frac{a}{3}}+\frac{1}{4}$。

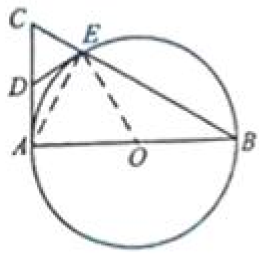
①$f(\sqrt{-\frac{a}{3}})>0$，即 $-\frac{3}{4}<a<0$，$f(x)$ 在（0，1）无零点；

②$f(\sqrt{-\frac{a}{3}})=0$，即 $a=-\frac{3}{4}$，则 $f(x)$ 在（0，1）有唯一零点；

③$f(\sqrt{-\frac{a}{3}})<0$，即 $-3<a<-\frac{3}{4}$，由于 $f(0)=\frac{1}{4},f(1)=a+\frac{5}{4}$，所以当 $-\frac{5}{4}<a<-\frac{3}{4}$ 时，$f(x)$ 在（0，1）有两个零点；当 $-3<a\le -\frac{5}{4}$ 时，$f(x)$ 在（0，1）有一个零点……………………………………………………10 分

综上，当 $a>-\frac{3}{4}$ 或 $a<-\frac{5}{4}$ 时，$h(x)$ 有一个零点；当 $a=-\frac{3}{4}$ 或 $a=-\frac{5}{4}$ 时，$h(x)$ 有两个零点；当 $-\frac{5}{4}<a<-\frac{3}{4}$ 时，$h(x)$ 有三个零点……………………………………12 分

（22）解：



（Ⅰ）连结 AE，由已知得，$AE\perp BC, AC\perp AB$

在 $Rt\triangle AEC$ 中，由已知得，$DE=DC$，故 $\angle DEC=\angle DCE$

连结 OE，则 $\angle OBE=\angle OEB$

又 $\angle ACB+\angle ABC=90^\circ$，所以 $\angle DEC+\angle OEB=90^\circ$，故 $\angle OED=90^\circ$，DE 是 $\odot O$ 的切线……………………………………………5 分

（Ⅱ）设 $CE=1, AE=x$，由已知得 $AB=2\sqrt{3}, BE=\sqrt{12-x^2}$

由射影定理可得，$AE^2=CE\bullet BE$，所以 $x^2=\sqrt{12-x^2}$，即 $x^4+x^2-12=0$

可得 $x=\sqrt{3}$，所以 $\angle ACB=60^\circ$ ……………………………10 分

（23）解：

（Ⅰ）因为 $x=\rho\cos\theta, y=\rho\sin\theta$，所以 C_1 的极坐标方程为 $\rho\cos\theta=-2$，C_2 的极坐标方程为

$\rho^2-2\rho\cos\theta-4\rho\sin\theta+4=0$ ……………………………5 分

（Ⅱ）将 $\theta=\dfrac{\pi}{4}$ 代入 $\rho^2-2\rho\cos\theta-4\rho\sin\theta+4=0$，得 $\rho^2-3\sqrt{2}\rho+4=0$，解得 $\rho_1=2\sqrt{2},\rho_2=\sqrt{2}$，故

$\rho_1-\rho_2=\sqrt{2}$，即 $|MN|=\sqrt{2}$

由于 C_2 的半径为 1，所以 $\triangle C_2MN$ 的面积为 $\dfrac{1}{2}$ ………………………10 分

（24）解：

（Ⅰ）当 $a=1$ 时，$f(x)>1$ 化为 $|x+1|-2|x-1|-1>0$

当 $x\le -1$ 时，不等式化为 $x-4>0$，无解；

当 $-1<x<1$ 时，不等式化为 $3x-2>0$，解得 $\dfrac{2}{3}<x<1$；

当 $x\ge 1$ 时，不等式化为 $-x+2>0$，解得 $1\le x<2$

所以 $f(x)>1$ 的解集为 $\{x|\dfrac{2}{3}<x<2\}$ …………………5 分

（Ⅱ）由题设可得，$f(x)=\begin{cases}x-1-2a, x<-1,\\ 3x+1-2a, -1\le x\le a,\\ -x+1+2a, x>a.\end{cases}$

所以函数 $f(x)$ 的图像与 x 轴围成的三角形的三个顶点分别为 $A(\dfrac{2a-1}{3},0)$，$B(2a+1,0)$，$C(a,a+1)$，$\triangle ABC$ 的面积为 $\dfrac{2}{3}(a+1)^2$

由题设得 $\dfrac{2}{3}(a+1)^2>6$，故 $a>2$

所以 a 的取值范围为 $(2,+\infty)$ ………………………………10 分