

石家庄市第一中学

2016—2017 学年第一学期期中考试高一年级数学试题

命题人:

审核人:

试卷 I (共 60 分)

一、选择题: 本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四

个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 已知全集 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, 集合 $A = \{0, 1, 3, 5, 8\}$, 集合 $B = \{2, 4, 5, 6, 8\}$, 则 $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = (\quad)$

- A. $\{5, 8\}$ B. $\{7, 9\}$ C. $\{0, 1, 3\}$ D. $\{2, 4, 6\}$

2. 设 $a = \log_2 \pi, b = \log_{\frac{1}{2}} \pi, c = \pi^{-2}$, 则 (\quad)

- A. $a > b > c$ B. $b > a > c$ C. $a > c > b$ D. $c > b > a$

3. 若函数 $f(x) = \frac{x}{(3x+1)(x-a)}$ 为奇函数, 则 $a = (\quad)$

- A. 1 B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{1}{3}$

4. 下表显示出函数值 y 随自变量 x 变化的一组数据, 由此判断它最可能的函数模型是 (\quad) .

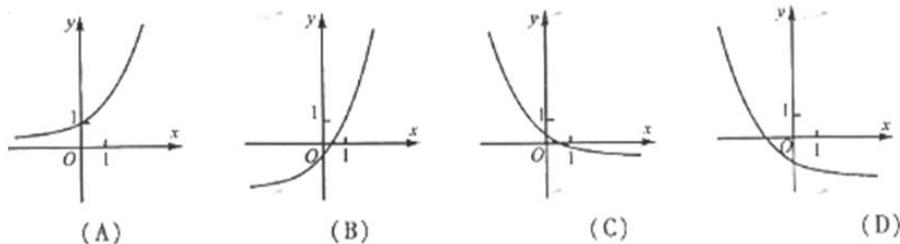
x	4	5	6	7	8	9	10
y	15	17	19	21	23	25	27

- A. 一次函数模型 B. 二次函数模型 C. 指数函数模型 D. 对数函数模型

5. 函数 $f(x) = \log_2 \sqrt{x} \cdot \log_{\sqrt{2}}(2x)$ 的最小值为 (\quad)

- A. 0 B. $-\frac{1}{2}$ C. $-\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{2}$

6. 函数 $y = a^x - \frac{1}{a} (a > 0, a \neq 1)$ 的图象可能是 (\quad)



7. 已知 $f(x)$ 为偶函数, 且在 $[0, +\infty)$ 上是减函数. 若 $f(\lg x) > f(1)$, 则 x 的取值范围是 (\quad)

- A. $(\frac{1}{10}, 1)$ B. $(0, \frac{1}{10}) \cup (1, +\infty)$ C. $(\frac{1}{10}, 10)$ D. $(0, 1) \cup (10, +\infty)$
8. 在 $y = 2^x, y = \log_2 x, y = x^2$, 这三个函数中, 当 $0 < x_1 < x_2 < 1$ 时, 使 $f(\frac{x_1+x_2}{2}) < \frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}$ 恒成立的函数的个数是 ()
- A. 0个 B. 1个 C. 2个 D. 3个
9. 定义在 \mathbf{R} 上的偶函数 $f(x)$ 满足 $f(x+1) = -f(x)$, 且当 $x \in [-1, 0]$ 时 $f(x) = (\frac{1}{2})^x$, 则 $f(\log_2 8)$ 等于 ()
- A. 3 B. $\frac{1}{8}$ C. -2 D. 2
10. 定义在 \mathbf{R} 上的奇函数 $f(x)$, 满足 $f(\frac{1}{2}) = 0$, 且在 $(0, +\infty)$ 上单调递减, 则 $x \cdot f(x) > 0$ 的解集为 ()
- A. $\left\{x \mid x < -\frac{1}{2}, \text{或} x > \frac{1}{2}\right\}$ B. $\left\{x \mid 0 < x < \frac{1}{2}, \text{或} -\frac{1}{2} < x < 0\right\}$ C. $\left\{x \mid 0 < x < \frac{1}{2}, \text{或} x < -\frac{1}{2}\right\}$
- D. $\left\{x \mid -\frac{1}{2} < x < 0, \text{或} x > \frac{1}{2}\right\}$
11. 已知函数 $f(x) = mx^2 + (m-3)x + 1$ 的图象与 x 轴的交点至少有一个在原点右侧, 则实数 m 的取值范围是 ()
- A. $(0, 1]$ B. $(0, 1)$ C. $(-\infty, 1)$ D. $(-\infty, 1]$
12. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x+1, & x \leq 0, \\ \log_2 x, & x > 0, \end{cases}$ 则方程 $f[f(x)] + 1 = 0$ 解的个数是 ()
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

试卷二

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 若 $a^{2x+1} > (\frac{1}{a})^{2x}$, 其中 $a > 1$, 则 x 的取值范围是_____.

14. 已知 $f(2^x) = x + 1$, 则 $f(x) =$ _____.

15. 已知 $f(x)$ 为定义在 \mathbf{R} 上的奇函数, 当 $x \in (0, +\infty)$ 时, $f(x) = 2^x + 1$, 则当 $x \in (-\infty, 0)$ 时, $f(x) =$ _____.

16. 定义区间 (a, b) , $[a, b)$, $(a, b]$, $[a, b]$ 的长度均为 $d = b - a$, 多个区间并集的长度为各区间长度之和,

例如, $(1, 2) \cup [3, 5)$ 的长度 $d = (2-1) + (5-3) = 3$. 用 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数, 记 $\{x\} = x - [x]$, 其中 $x \in \mathbb{R}$. 设 $f(x) = [x] \cdot \{x\}$, $g(x) = x - 1$, 当 $0 \leq x \leq k$ 时, 不等式 $f(x) < g(x)$ 解集区间的长度为 5, 则 k 的值为

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分. 请将解答过程书写在答题纸上,

并写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本题满分 10 分)

计算下列各式:

$$(1) \left(2\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}} - (-9.6)^0 - \left(3\frac{3}{8}\right)^{-\frac{2}{3}} + (1.5)^{-2};$$

$$(2) \log_3 \frac{\sqrt[4]{27}}{3} + \lg 25 + \lg 4 + 7^{\log_7 2}.$$

18. (本题满分 12 分)

设集合 $A = \{x \mid 0 < x - m < 2\}$, $B = \{x \mid -x^2 + 3x \leq 0\}$, 分别求满足下列条件的实数 m 的取值范围:

$$(1) A \cap B = \emptyset;$$

$$(2) A \cup B = B.$$

19. (本题满分 12 分)

石家庄市为鼓励居民节约用电, 采用分段计费的方法计算电费, 每月用电不超过 100 度时, 按每度 0.52 元计算, 每月用电量超过 100 度时, 其中的 100 度仍按原标准收费, 超过的部分每度按 0.6 元计算.

(1) 设月用电 x 度时, 应缴电费 y 元, 写出 y 关于 x 的函数关系式;

(2) 小明家第一季度缴纳电费情况如下:

月份	一月	二月	三月	合计
缴费金额	82 元	64 元	46.8 元	192.8 元

问小明家第一季度共用电多少度?

20. (本题满分 12 分)

已知二次函数 $f(x) = ax^2 + bx$ (a, b 是实常数, 且 $a \neq 0$) 满足条件, $f(2) = 0$, 且方程 $f(x) = x$ 有等根.

(1) 求 $y = f(x)$ 的解析式;

(2) 是否存在 m, n ($m < n$), 使 $y = f(x)$ 的定义域和值域分别为 $[m, n]$, $[2m, 2n]$? 若存在, 求出 m, n 的值; 若不存在, 请说明理由.

21. (本题满分 12 分)

已知函数 $y = \sqrt{\frac{2-x}{2+x}} + \lg(-x^2 + 4x - 3)$ 的定义域为 M ,

(1) 求 M ;

(2) 当 $x \in M$ 时, 求函数 $f(x) = a \cdot 2^{x+2} + 3 \cdot 4^x (a < -3)$ 的最小值.

22. (本题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = a^{x-a} + 1 (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$ 恒过定点 $(2, 2)$.

(1) 求实数 a ;

(2) 在 (1) 的条件下, 将函数 $f(x)$ 的图象向下平移 1 个单位, 再向左平移 a 个单位后得到函数 $g(x)$, 设函数 $g(x)$ 的反函数为 $h(x)$, 求 $h(x)$ 的解析式;

(3) 对于定义在 $(1, 4]$ 上的函数 $y = h(x)$, 若在其定义域内, 不等式 $[h(x) + 2]^2 \leq h(x^2) + h(x)m + 6$ 恒成立, 求 m 的取值范围.

答案

1B 2C 3D 4A 5C 6D 7C 8C 9D 10B 11D 12D

13 $x > -\frac{1}{4}$ 14 $f(x) = \log_2 x + 1$ 15 $-2^{-x} - 1$ 16 7

17. (1) 原式 $\left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{1}{2}} - 1 - \left(\frac{27}{8}\right)^{-\frac{2}{3}} + \left(\frac{3}{2}\right)^{-2}$

$$= \left(\frac{3}{2}\right)^{2 \times \frac{1}{2}} - 1 - \left(\frac{3}{2}\right)^{-3 \times \frac{2}{3}} + \left(\frac{3}{2}\right)^{-2}$$

$$= \frac{3}{2} - 1 - \left(\frac{3}{2}\right)^{-2} + \left(\frac{3}{2}\right)^{-2}$$

$$= \frac{1}{2} \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

(2) 原式 $= \log_3 \frac{3^4}{3} + \lg(25 \times 4) + 2$

$$= \log_3 3^{\frac{1}{4}} + \lg 10^2 + 2$$

$$= -\frac{1}{4} + 2 + 2 = \frac{15}{4} \dots\dots\dots 10 \text{分}$$

18. 解: $\because B = \{x | x \leq 0 \text{ 或 } x \geq 3\}, A = \{x | m < x < m + 2\} \dots\dots 4 \text{分}$

(1) 当 $A \cap B = \emptyset$ 时, 有 $\begin{cases} m \geq 0 \\ m + 2 \leq 3 \end{cases}, \dots\dots\dots 6 \text{分}$

解得 $0 \leq m \leq 1 \quad \therefore m \in [0, 1] \dots\dots\dots 8 \text{分}$

(2) 当 $A \cup B = B$ 时, 有 $A \subseteq B$,
应满足 $m + 2 \leq 0$ 或 $m \geq 3 \dots\dots\dots 10 \text{分}$

解得 $m \geq 3$ 或 $m \leq -2 \dots\dots\dots 12 \text{分}$

19. 解: (1) $y = \begin{cases} 0.52x & x \in [0, 100] \\ 52 + (x - 100) \times 0.6 & x \in (100, +\infty) \end{cases}$ 即

$$y = \begin{cases} 0.52x & x \in [0, 100] \\ 0.6x - 8 & x \in (100, +\infty) \end{cases} \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

(2) 一月: $0.6x - 8 = 82, x = 150. \dots\dots\dots 6 \text{分}$

二月: $0.6x - 8 = 64, x = 120. \dots\dots\dots 8 \text{分}$

三月: $0.52x = 46.8, x = 90. \dots\dots\dots 10 \text{分}$

\therefore 共用 $150 + 120 + 90 = 360$ 度.

答：小明家第一季度共用电 360 度. ……………12 分

20. 解：（1）∵ 方程 $ax^2 + (b-1)x = 0$ 有等根，显然此根为 0.

$$\therefore x_1 + x_2 = \frac{1-b}{a}, \text{ 即 } b=1. \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\text{又 } f(2) = 4a + 2b = 0, \therefore a = -\frac{1}{2}.$$

$$\text{故 } f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x. \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$(2) \because f(x) = -\frac{1}{2}(x-1)^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2},$$

∴ $2n \cdot \frac{1}{2}$, 即 $n \cdot \frac{1}{4}$, 而此时函数为递增. ……………9 分

$$\therefore \text{依题意有} \begin{cases} f(m) = -\frac{1}{2}m^2 + m = 2m \\ f(n) = -\frac{1}{2}n^2 + n = 2n \end{cases}, \text{ 又 } m < n \cdot \frac{1}{4},$$

$$\therefore m = -2, n = 0. \quad \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

$$(1) M = (1, 2]$$

$$(2) \text{ 令 } t = 2^x, \text{ 则 } t \in (2, 4], y = 3t^2 + 4at$$

$$\text{当 } 2 < -\frac{2a}{3} \leq 4, \text{ 即 } -6 \leq a < -3 \text{ 时,}$$

21. $y = 3t^2 + 4at$ 在 $(2, -\frac{2a}{3}]$ 上单调递减, 在 $(-\frac{2a}{3}, 4]$ 上单调递增

$$\therefore t = -\frac{2a}{3} \text{ 时, } f(x)_{\min} = -\frac{4a^2}{3}$$

当 $-\frac{2a}{3} > 4$, 即 $a < -6$ 时, $y = 3t^2 + 4at$ 在 $(2, 4]$ 上单调递减,

$$\therefore t = 4 \text{ 时, } f(x)_{\min} = 16a + 48$$

$$\therefore f(x)_{\min} = \begin{cases} -\frac{4a^2}{3}, & -6 \leq a < -3 \\ 16a + 48, & a < -6 \end{cases}$$

22. 解：（1）由已知 $a^{2-a} + 1 = 2 \therefore a = 2. \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

$$(2) \because f(x) = 2^{x-2} + 1 \therefore g(x) = 2^x$$

$$\therefore h(x) = \log_2 x \quad (x > 0) \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

(3) 要使不等式有意义：则有 $1 < x \leq 4$ 且 $1 < x^2 \leq 4$,

$\therefore 1 < x \leq 2$ 6分

据题有 $(\log_2 x + 2)^2 \leq \log_2 x^2 + m \log_2 x + 6$ 在 $(1, 2]$ 恒成立.

\therefore 设 $t = \log_2 x (1 < x \leq 2)$ $\therefore 0 < t \leq 1$

$\therefore (t+2)^2 \leq 2t + tm + 6$ 在 $(0, 1]$ 时恒成立.

即: $m \geq \frac{t^2 + 2t - 2}{t} = t - \frac{2}{t} + 2$ 在 $[0, 1]$ 时恒成立10分

设 $y = t - \frac{2}{t} + 2$ $t \in (0, 1]$ 单调递增

$\therefore t=1$ 时, 有 $y_{\max} = 1$

$\therefore m \geq 1$12分

