

绝密★启用前

2017 年普通高等学校招生全国统一考试

文科数学

本试卷共 5 页，满分 150 分。

考生注意：

- 答卷前，考生务必将自己的准考证号、姓名填写在答题卡上。考生要认真核对答题卡上粘贴的条形码的“准考证号、姓名、考试科目”与考生本人准考证号、姓名是否一致。
- 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
- 考试结束后，监考员将试题卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | x < 2\}$ ， $B = \{x | 3 - 2x > 0\}$ ，则

- A. $A \cap B = \left\{x \mid x < \frac{3}{2}\right\}$ B. $A \cap B = \emptyset$
 C. $A \cup B = \left\{x \mid x < \frac{3}{2}\right\}$ D. $A \cup B = \mathbb{R}$

【答案】A

【解析】由 $3 - 2x > 0$ 得 $x < \frac{3}{2}$ ，所以 $A \cap B = \{x | x < 2\} \cap \{x | x < \frac{3}{2}\} = \{x | x < \frac{3}{2}\}$ ，选 A.

2. 为评估一种农作物的种植效果，选了 n 块地作试验田. 这 n 块地的亩产量（单位：kg）分别为 x_1, x_2, \dots, x_n ，下面给出学. 科. 网的指标中可以用来评估这种农作物亩产量稳定程度的是

- A. x_1, x_2, \dots, x_n 的平均数 B. x_1, x_2, \dots, x_n 的标准差
 C. x_1, x_2, \dots, x_n 的最大值 D. x_1, x_2, \dots, x_n 的中位数

【答案】B

【解析】刻画评估这种农作物亩产量稳定程度的指标是标准差，故选 B

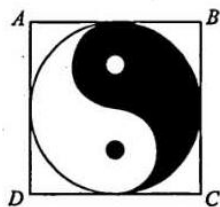
3. 下列各式的运算结果为纯虚数的是

- A. $i(1+i)^2$ B. $i^2(1-i)$ C. $(1+i)^2$ D. $i(1+i)$

【答案】C

【解析】由 $(1+i)^2 = 2i$ 为纯虚数知选 C.

4. 如图，正方形 $ABCD$ 内的图形来自中国古代的太极图. 正方形内切圆中的黑色部分和白色部分关于正方形的中心成中心对称. 在正方形内随机取一点，学 科&网则此点取自黑色部分的概率是



- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{\pi}{8}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\pi}{4}$

【答案】B

【解析】不妨设正方形边长为 a . 由图形的对称性可知, 太极图中黑白部分面积相等, 即所占圆面积的一

半. 由几何概型概率的计算公式得, 所求概率为 $\frac{\frac{1}{2} \times \pi \times (\frac{a}{2})^2}{a^2} = \frac{\pi}{8}$, 选 B.

5. 已知

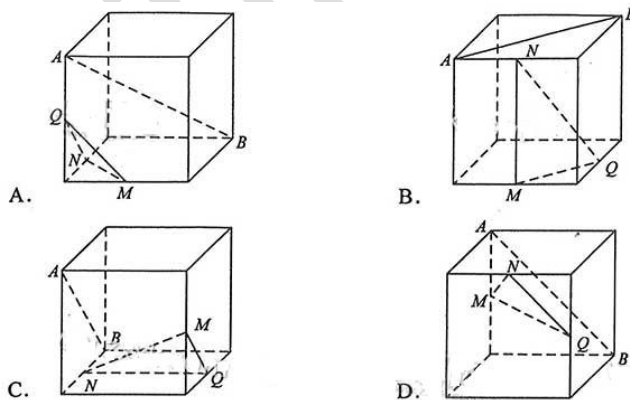
F 是双曲线 $C: x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ 的右焦点, P 是 C 上一点, 且 PF 与 x 轴垂直, 点 A 的坐标是 $(1, 3)$. 则 $\triangle APF$ 的面积为

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{2}$

【答案】D

【解析】由 $c^2 = a^2 + b^2 = 4$ 得 $c = 2$, 所以 $F(2, 0)$, 将 $x = 2$ 代入 $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$, 得 $y = \pm 3$, 所以 $PF = 3$, 又 A 的坐标是 $(1, 3)$, 故 $\triangle APF$ 的面积为 $\frac{1}{2} \times 3 \times (2 - 1) = \frac{3}{2}$, 选 D.

6. 如图, 在下列四个正方体中, A, B 为正方体的两个顶点, M, N, Q 为所在棱的中点, 则在这四个正方体中, 直接 AB 与平面 MNQ 不平行的是



【答案】A

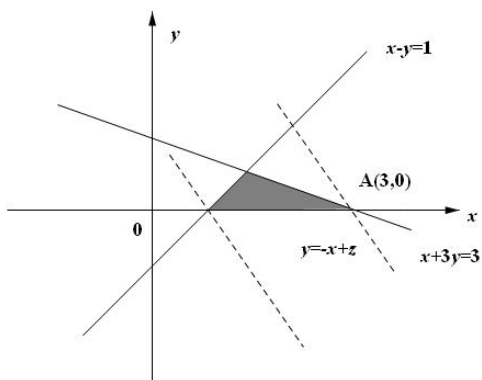
【解析】由 B, $AB \parallel MQ$, 则直线 $AB \parallel$ 平面 MNQ ; 由 C, $AB \parallel MQ$, 则直线 $AB \parallel$ 平面 MNQ ; 由 D, $AB \parallel NQ$, 则直线 $AB \parallel$ 平面 MNQ . 故 A 不满足, 选 A.

7. 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x + 3y \leq 3, \\ x - y \geq 1, \\ y \geq 0, \end{cases}$ 则 $z = x + y$ 的最大值为

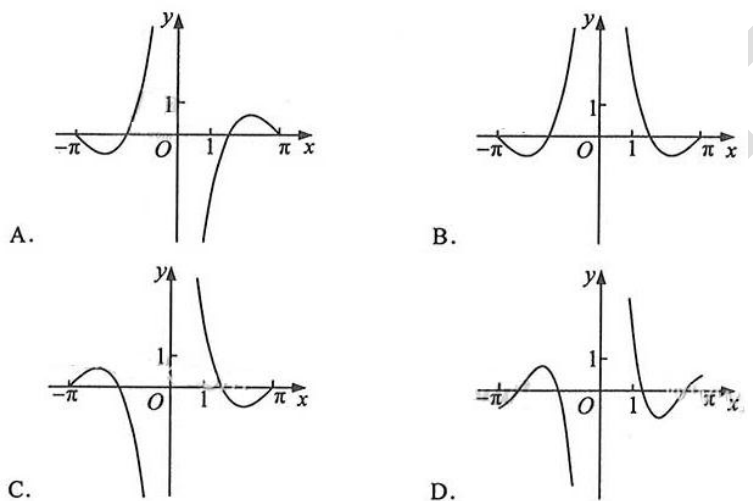
- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

【答案】D

【解析】如图，目标函数 $z = x + y$ 经过 $A(3,0)$ 时最大，故 $z_{\max} = 3 + 0 = 3$ ，故选 D.



8. 函数 $y = \frac{\sin 2x}{1 - \cos x}$ 的部分图像大致为



【答案】C

【解析】由题意知，函数 $y = \frac{\sin 2x}{1 - \cos x}$ 为奇函数，故排除 B；当 $x = \pi$ 时， $y = 0$ ，排除 D；当 $x = 1$ 时， $y = \frac{\sin 2}{1 - \cos 2} > 0$ ，排除 A。故选 C.

9. 已知函数 $f(x) = \ln x + \ln(2-x)$ ，则

- A. $f(x)$ 在 $(0, 2)$ 单调递增 B. $f(x)$ 在 $(0, 2)$ 单调递减
C. $y = f(x)$ 的图像关于直线 $x=1$ 对称 D. $y = f(x)$ 的图像关于点 $(1, 0)$ 对称

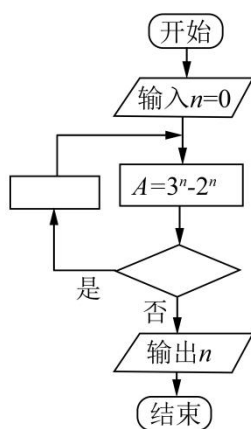
【答案】C

【解析】由题意知， $f(2-x) = \ln(2-x) + \ln x = f(x)$ ，所以 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称，C 正确，D

错误；又 $f'(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{2-x} = \frac{2(1-x)}{x(2-x)}$ ($0 < x < 2$)，在 $(0,1)$ 上单调递增，在 $[1,2)$ 上单调递减，A，B 错

误，故选 C.

如图是为了求出满足 $3^n - 2^n > 1000$ 的最小偶数 n ，那么在 \diamond 和 \square 两个空白框中，可以分别填入



A. $A > 1000$ 和 $n = n + 1$

B. $A > 1000$ 和 $n = n + 2$

C. $A \leq 1000$ 和 $n = n + 1$

D. $A \leq 1000$ 和 $n = n + 2$

【答案】D

【解析】由题意选择 $3^n - 2^n > 1000$ ，则判定框内填 $A \leq 1000$ ，由因为选择偶数，所以矩形框内填 $n = n + 2$ ，故选 D.

11. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c 。已知 $\sin B + \sin A(\sin C - \cos C) = 0$ ， $a=2$ ， $c=\sqrt{2}$ ，则 $C=$

A. $\frac{\pi}{12}$

B. $\frac{\pi}{6}$

C. $\frac{\pi}{4}$

D. $\frac{\pi}{3}$

【答案】B

【解析】由题意 $\sin(A+C) + \sin A(\sin C - \cos C) = 0$ 得

$$\sin A \cos C + \cos A \sin C + \sin A \sin C - \sin A \cos C = 0,$$

$$\text{即 } \sin C(\sin A + \cos A) = \sqrt{2} \sin C \sin(A + \frac{\pi}{4}) = 0, \text{ 所以 } A = \frac{3\pi}{4}.$$

$$\text{由正弦定理 } \frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C} \text{ 得 } \frac{2}{\sin \frac{3\pi}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{\sin C}, \text{ 即 } \sin C = \frac{1}{2}, \text{ 得 } C = \frac{\pi}{6}, \text{ 故选 B.}$$

12. 设 A, B 是椭圆 $C: \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{m} = 1$ 长轴的两个端点, 若 C 上存在点 M 满足 $\angle AMB = 120^\circ$, 则 m 的取值范围是

- A. $(0, 1] \cup [9, +\infty)$ B. $(0, \sqrt{3}] \cup [9, +\infty)$
 C. $(0, 1] \cup [4, +\infty)$ D. $(0, \sqrt{3}] \cup [4, +\infty)$

【答案】A

【解析】当 $0 < m < 3$, 焦点在 x 轴上, 要使 C 上存在点 M 满足 $\angle AMB = 120^\circ$, 则 $\frac{a}{b} \geq \tan 60^\circ = \sqrt{3}$, 即 $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{m}} \geq \sqrt{3}$, 得 $0 < m \leq 1$; 当 $m > 3$, 焦点在 y 轴上, 要使 C 上存在点 M 满足 $\angle AMB = 120^\circ$, 则 $\frac{a}{b} \geq \tan 60^\circ = \sqrt{3}$, 即 $\frac{\sqrt{m}}{\sqrt{3}} \geq \sqrt{3}$, 得 $m \geq 9$, 故 m 的取值范围为 $(0, 1] \cup [9, +\infty)$, 选 A.

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知向量 $\mathbf{a} = (-1, 2)$, $\mathbf{b} = (m, 1)$. 若向量 $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ 与 \mathbf{a} 垂直, 则 $m =$ _____.

【答案】7

【解析】由题得 $\vec{a} + \vec{b} = (m-1, 3)$

因为 $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{a} = 0$

所以 $-(m-1) + 2 \times 3 = 0$

解得 $m = 7$

14. 曲线 $y = x^2 + \frac{1}{x}$ 在点 $(1, 2)$ 处的切线方程为_____.

【答案】 $y = x + 1$

【解析】设 $y = f(x)$

则 $f'(x) = 2x - \frac{1}{x^2}$

所以 $f'(1) = 2 - 1 = 1$

所以在 $(1, 2)$ 处的切线方程为 $y - 2 = 1 \times (x - 1)$, 即 $y = x + 1$

15. 已知 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$, $\tan \alpha = 2$, 则 $\cos(\alpha - \frac{\pi}{4}) =$ _____.

【答案】 $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

【解析】由 $\tan \alpha = 2$ 得 $\sin \alpha = 2 \cos \alpha$

又 $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

所以 $\cos^2 \alpha = \frac{1}{5}$

因为 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$

所以 $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}, \sin \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

因为 $\cos(\alpha - \frac{\pi}{4}) = \cos \alpha \cos \frac{\pi}{4} + \sin \alpha \sin \frac{\pi}{4}$

所以 $\cos(\alpha - \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{5}}{5} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{2\sqrt{5}}{5} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$

16. 已知三棱锥 $S-ABC$ 的所有顶点都在球 O 的球面上, SC 是球 O 的直径。若平面 $SCA \perp$ 平面 SCB , $SA=AC$, $SB=BC$, 三棱锥 $S-ABC$ 的体积为 9, 则球 O 的表面积为_____。

【答案】 36π

【解析】取 SC 的中点 O , 连接 OA, OB

因为 $SA = AC, SB = BC$

所以 $OA \perp SC, OB \perp SC$

因为平面 $SAC \perp$ 平面 SBC

所以 $OA \perp$ 平面 SBC

设 $OA = r$

$$V_{A-SBC} = \frac{1}{3} \times S_{\Delta SBC} \times OA = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 2r \times r \times r = \frac{1}{3} r^3$$

所以 $\frac{1}{3} r^3 = 9 \Rightarrow r = 3$

所以球的表面积为 $4\pi r^2 = 36\pi$

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：60 分。

17. (12 分)

记 S_n 为等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 已知 $S_2=2, S_3=-6$.

- (1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;
 (2) 求 S_n , 并判断 S_{n+1}, S_n, S_{n-2} 是否成等差数列.

【解析】 (1) $\because S_2 = 2, S_3 = -6,$

$$\therefore S_3 - S_2 = a_3 = -6 - 2 = -8,$$

$$\text{又 } S_2 = a_1 + a_2 = 2, \text{ 可得 } q^2 + 4q + 4 = 0, \therefore q = -2.$$

$$\text{又 } a_3 = a_1 q^2 = -8, \therefore a_1 = -2$$

$$\therefore a_n = a_1 \cdot q^{n-1} = (-2)^n.$$

$$(2) \text{ 由 (1) 得 } S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} = \frac{-2[1-(-2)^n]}{1-(-2)} = \frac{2}{3}[(-2)^n - 1]$$

$$\text{则 } S_{n+1} = \frac{2}{3}[(-2)^{n+1} - 1], S_{n+2} = \frac{2}{3}[(-2)^{n+2} - 1]$$

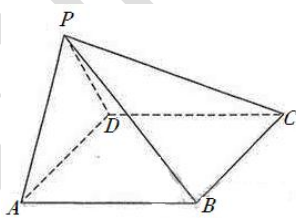
$$\text{所以 } S_{n+1} + S_{n+2} = \frac{2}{3}[(-2)^{n+2} - 1] + \frac{2}{3}[(-2)^{n+1} - 1] = \frac{2}{3}[2(-2)^n - 2]$$

$$\text{又 } 2S_n = \frac{4}{3}[(-2)^n - 1], \text{ 即 } S_{n+1} + S_{n+2} = 2S_n,$$

$\therefore S_{n+1}, S_n, S_{n-2}$ 成等差数列.

18. (12分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, 且 $\angle BAP = \angle CDP = 90^\circ$



(1) 证明: 平面 $PAB \perp$ 平面 PAD ;

(2) 若 $PA=PD=AB=DC$, $\angle APD = 90^\circ$, 且四棱锥 $P-ABCD$ 的体积为 $\frac{8}{3}$, 求该四棱锥的侧面积.

【解析】 ① $\because \angle BAP = 90^\circ \Rightarrow AB \perp PA$

$$\angle CDP = 90^\circ \Rightarrow CD \perp PD$$

$$\because AB \parallel CD, PA \cap PD = P$$

$\therefore AB \perp$ 平面 PAD

$\therefore AB \subset$ 平面 PAD

\therefore 平面 $PAB \perp$ 平面 PAD

②由①知 $AB \perp$ 平面 PAD

$\therefore \angle APB = 90^\circ$

$PA = PD = AB = DC$

取 AD 中点 O ,

所以 $OP \perp$ 底面 $ABCD$

$$OP = \frac{\sqrt{2}}{2} AB, AD = \sqrt{2} AB$$

$$\therefore V_{P-ABCD} = \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{2}}{2} AB \times AB \times \sqrt{2} AB = \frac{8}{3}$$

$\therefore AO = 2$

$$\therefore PB = PC = BC = 2\sqrt{2}$$

$$\therefore S_{\text{例}} = S_{\triangle PAD} + 2S_{\triangle PAB} + S_{\triangle PBC}$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times 2 + 2 \times \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{2} + \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} \times \sin 60^\circ$$

$$= 2 + 4\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$$

19. (12分)

为了监控某种零件的一条生产线的生产过程，检验员每隔 30 min 从该生产线上随机抽取一个零件，并测量其尺寸（单位：cm）。下面是检验员在一天内依次抽取的 16 个零件的尺寸：

抽取次序	1	2	3	4	5	6	7	8
零件尺寸	9.95	10.12	9.96	9.96	10.01	9.92	9.98	10.04
抽取次序	9	10	11	12	13	14	15	16
零件尺寸	10.26	9.91	10.13	10.02	9.22	10.04	10.05	9.95

$$\text{经计算得 } \bar{x} = \frac{1}{16} \sum_{i=1}^{16} x_i = 9.97, s = \sqrt{\frac{1}{16} \sum_{i=1}^{16} (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{1}{16} (\sum_{i=1}^{16} x_i^2 - 16\bar{x}^2)} \approx 0.212,$$

$$\sqrt{\sum_{i=1}^{16} (i - 8.5)^2} \approx 18.439, \sum_{i=1}^{16} (x_i - \bar{x})(i - 8.5) = -2.78, \text{ 其中 } x_i \text{ 为抽取的第 } i \text{ 个零件的尺寸, } i = 1, 2, \dots, 16.$$

(1) 求 (x_i, i) ($i = 1, 2, \dots, 16$) 的相关系数 r ，并回答是否可以认为这一天生产的零件尺寸不随生产过程的进行而系统地变大或变小（若 $|r| < 0.25$ ，则可以认为零件的尺寸不随生产过程的进行而系统地变大或变小）。

(2) 一天内抽检零件中, 如果出现了尺寸在 $(\bar{x}-3s, \bar{x}+3s)$ 之外的零件, 就认为这条生产线在这一天的生产过程可能出现了异常情况, 需对当天的生产过程进行检查.

(i) 从这一天抽检的结果看, 学. 科网是否需对当天的生产过程进行检查?

(ii) 在 $(\bar{x}-3s, \bar{x}+3s)$ 之外的数据称为离群值, 试剔除离群值, 估计这条生产线当天生产的零件尺寸的均值与标准差. (精确到 0.01)

附: 样本 $(x_i, y_i) (i=1, 2, \dots, n)$ 的相关系数 $r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$, $\sqrt{0.008} \approx 0.09$.

【解析】(1) 因为 1, 2, 3, ..., 16 的平均数为 8.5,

所以样本 $(x_i, i) (i=1, 2, \dots, n)$ 的相关系数 $r = \frac{\sum_{i=1}^{16} (x_i - \bar{x})(i - 8.5)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{16} (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^{16} (i - 8.5)^2}} = \frac{-2.75}{4 \times 0.212 \times 18.439} \approx -0.176,$

(ii)

$|r| = 0.176 < 0.25,$

所以可以认为这一天生产的零件尺寸不随生产过程的进行而系统地变大或变小.

(2) (i) $\bar{x}-3s = 9.97 - 3 \times 0.212 = 9.334,$ $\bar{x}+3s = 9.97 + 3 \times 0.212 = 10.636,$

第 13 个零件的尺寸为 9.22, $9.22 < 9.334$, 所以从这一天抽检的结果看, 需对当天的生产过程进行检查.

剔除 9.22, 这条生产线当天生产的零件尺寸的均值为 $\frac{16\bar{x} - 9.22}{15} = \frac{16 \times 9.97 - 9.22}{15} = 10.02$, 标准差为

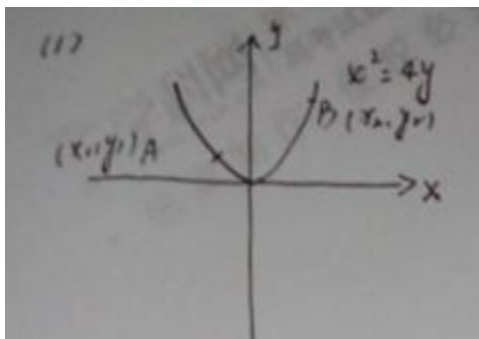
$s = \sqrt{\frac{1}{16} [\sum_{i=1}^{16} (x_i - 10.02)^2 - (9.22 - 10.02)^2]} = \sqrt{0.008} = 0.09 \frac{16s^2 - (10.02 - 9.22)^2}{15} \approx 0.01$

20. (12 分)

设 A, B 为曲线 $C: y = \frac{x^2}{4}$ 上两点, A 与 B 的横坐标之和为 4.

(1) 求直线 AB 的斜率;

(2) 设 M 为曲线 C 上一点, C 在 M 处的切线与直线 AB 平行, 且 $AM \perp BM$, 求直线 AB 的方程.



【解析】 (1)

设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$,

$$\text{则 } K_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\frac{x_2^2}{4} - \frac{x_1^2}{4}}{x_2 - x_1} = \frac{x_2 + x_1}{4} = 1$$

(2) 设 $M\left(x_0, \frac{x_0^2}{4}\right)$, 则 C 在 M 处的切线斜率 $K = K_{AB} = \frac{y'}{x - x_0} = \frac{1}{2}x_0 = 1$

$$\therefore x_0 = 2$$

则 $A_1(2, 1)$, 又 $AM \perp BM$,

$$\begin{aligned} K_{AM} \cdot K_{BM} &= \frac{y_1 - 1}{x_1 - 2} \cdot \frac{y_2 - 1}{x_2 - 2} = \frac{\frac{x_1^2}{4} - 1}{x_1 - 2} \cdot \frac{\frac{x_2^2}{4} - 1}{x_2 - 2} \\ &= \frac{(x_1 + 2)(x_2 + 2)}{16} = \frac{x_1 x_2 + 2(x_1 + x_2) + 4}{16} = -1 \end{aligned}$$

$$\text{即 } x_1 x_2 + 2(x_1 + x_2) + 20 = 0$$

又设 AB: $y = x + m$

代入 $x^2 = 4y$

$$\text{得 } x^2 - 4x - 4m = 0$$

$$\therefore x_1 + x_2 = 4, \quad x_1 x_2 = -4m$$

$$-4m + 8 + 20 = 0$$

$$\therefore m = 7$$

故 AB: $x + y = 7$

21. (12分)

已知函数 $f(x) = e^x(e^x - a) - a^2 x$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若 $f(x) \geq 0$, 求 a 的取值范围.

【解析】(1) $f'(x) = 2a^{2x} - ae^x - a^2$

$$= (2e^x + a)(e^x - a)$$

当 $a=0$ 时, $f'(x) \geq 0$, $f'(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上 \uparrow

当 $a>0$ 时, $f'(x)$ 在 $(-\infty, \ln a)$ 上 \downarrow , 在 $(\ln a, +\infty)$ 上 \uparrow

当 $a<0$ 时, $f'(x)$ 在 $(-\infty, \ln(-\frac{a}{2}))$ 上 \downarrow , 在 $(\ln(-\frac{a}{2}), +\infty)$ 上 \uparrow

(2) 由 (1) 知, $a=0$, $f(x) = e^{2x} > 0$ 满足

$a>0$ 时, $f(x)_{\min} = f(\ln a) \geq 0$

$$\therefore -a^2 \ln a \geq 0$$

$$\therefore \ln a \leq 0$$

$$\therefore 0 < a \leq 1$$

$a<0$ 时, $f(x)_{\min} = f(\ln(-\frac{a}{2})) \geq 0$

$$\therefore \frac{3a^2}{4} - a^2 \ln(-\frac{a}{2}) \geq 0$$

$$\therefore \ln(-\frac{a}{2}) \leq \frac{3}{4}$$

$$\therefore -\frac{a}{2} \leq e^{\frac{3}{4}}$$

$$\therefore -e^{\frac{3}{4}} \leq a < 0$$

得: $-e^{\frac{3}{4}} \leq a \leq 1$

(二) 选考题: 共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分。

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 3 \cos \theta, \\ y = \sin \theta, \end{cases}$ (θ 为参数), 直线 l 的参数方程为

$$\begin{cases} x = a + 4t, \\ y = 1 - t, \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}).$$

(1) 若 $a=-1$, 求 C 与 l 的交点坐标;

(2) 若 C 上的点到 l 的距离的最大值为 $\sqrt{17}$, 求 a .

【解析】(1) 当 $a=-1$ 时, $l: \begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = 1 - t \end{cases}$ (t 为参数)

L 消参后的方程为 $x + 4y - 3 = 0$,

曲线 C 消参后为 $\frac{x^2}{y} + y^2 = 1$, 与直线联立方程

$$\begin{cases} \frac{x^2}{y} + y^2 = 1 \\ x + 4y - 3 = 0 \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} x = 3 \\ y = 0 \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} x = \frac{21}{25} \\ y = \frac{24}{25} \end{cases}.$$

(2) L 的普通方程为 $x + 4y - a - 4 = 0$,

设曲线 C 上任一点为 $P(3\cos\theta, \sin\theta)$,

点到直线的距离公式, $d = \frac{|3\cos\theta + 4\sin\theta - a - 4|}{\sqrt{17}}$,

$$d = \frac{|5\sin(\theta + \varphi) - a - 4|}{\sqrt{17}},$$

$$d_{\max} = \sqrt{17},$$

$$\therefore |5\sin(\theta + \varphi) - a - 4|_{\max} = 17,$$

当 $\sin(\theta + \varphi) = 1$ 时最大,

$$\text{即 } 5 - a - 4 = 17,$$

$$a = -16,$$

当 $\sin(\theta + \varphi) = -1$ 时最大,

$$\text{即 } a + 9 = 17,$$

$$a = 8,$$

综上: $a = -16$ 或 $a = 8$.

23. [选修 4—5: 不等式选讲] (10 分)

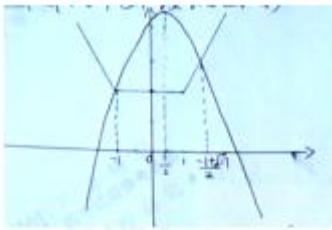
已知函数 $f(x) = -x^2 + ax + 4$, $g(x) = |x+1| + |x-1|$.

(1) 当 $a=1$ 时, 求不等式 $f(x) \geq g(x)$ 的解集;

(2) 若不等式 $f(x) \geq g(x)$ 的解集包含 $[-1, 1]$, 求 a 的取值范围.

【解析】(1) 当 $a=1$ 时, $f(x)=x^2+x+4$,

如图, 画出两个函数的图象



当 $x \geq 1$ 时, $f(x) \geq g(x) \Leftrightarrow -x^2 + x + 4 \geq 2x$,

即 $x^2 + x - 4 \geq 0$

解得: $1 \leq x \leq \frac{-1+\sqrt{17}}{2}$, $x = \frac{-1+\sqrt{17}}{2}$

综上, $f(x) \geq g(x)$ 的解集是 $\left\{x \mid -1 \leq x \leq \frac{-1+\sqrt{17}}{2}\right\}$.

(2) 当 $x \in [-1, 1]$ 时, $g(x) = 2$,

即当 $x \in [-1, 1]$ 时, $-x^2 + ax + 4 \geq 2$ 恒成立,

即 $x^2 - ax - 2 \leq 0$, $x \in [-1, 1]$ 恒成立,

设 $h(x) = x^2 - ax - 2$

所以 $\begin{cases} h(-1) \leq 0 \\ h(1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1+a-2 \leq 0 \\ 1-a-2 \leq 0 \end{cases}$

解得: $-1 \leq a \leq 1$.